

Ⅲ-176

限界状態論に基づく飽和粘性土の構成方程式に関する考察と提案

法政大学 学 小宮 隆之

法政大学 学 中村慎一郎

法政大学 正 草深 守人

1. はじめに: 土質材料の弾塑性構成方程式を決定する際には通常、降伏関数 f および塑性ポテンシャル関数 Q が応力やひずみの関数として個別に数学的に与えられる必要がある。近年、構成方程式として限界状態論に基づくモデルの利用が一般化されつつある。しかし塑性ポテンシャル Q を決定するには一般的に多くの困難を伴い、通常は関連流れ則を仮定 ($Q=f$) して処理されてきた。本研究では、限界状態論に基づくこれらの関数の解釈について考察し、それに伴う新たな降伏関数を提案する。また、模型実験地盤において支持力試験を行い、既存モデルとの比較を行った。

2. 既存モデルの概要: 限界状態は、土がその体積や有効応力を変化させることなしに塑性せん断変形を生じ続ける極限の状態として定義されており、次式ように表される。

$$\frac{\partial p}{\partial \varepsilon_s^p} = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_s^p} = \frac{\partial v}{\partial \varepsilon_s^p} = 0 \quad (1)$$

限界状態線は、 p を平均応力、 q を偏差応力、 e を間隙比とすると $(p-q)$ 平面上では排水条件や圧密圧力に関係せず傾きを M とする直線 $q = Mp$ 、 $(e - \ln p)$ 平面上では $e = \Gamma - \lambda \ln(p) - 1$ で表される。 Γ は限界状態線の位置を、 λ は正規圧密線の傾きを示す材料パラメータである。図(1)は、等方圧密線と限界状態線によって囲まれる状態境界面を (p, q, e) 空間で示したものであり、降伏曲面として定義される。限界状態論に基づくこのような降伏曲面の数学モデルが、1960年代の初め頃ケンブリッジ大学の研究者グループによって開発され、Cam-clayモデルとして提案された。以後の考察を助ける意味でその修正モデルである修正 Cam-clay モデルを例に誘導過程を示す。応力比を η 、その増分形を $dq = pd\eta + \eta dp$ 、降伏曲面の傾きを $\psi = -\frac{dq}{dp}$ とすると降伏曲面の一般的な形状として式(2)を得る。また増分ひずみベクトルは任意の応力状態において降伏曲面と直交することから式(3)の関係を導く。

$$\frac{dp}{p} + \frac{d\eta}{\eta + \psi} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{d\varepsilon_s^p}{d\varepsilon_v^p} \cdot \frac{dq}{dp} = -1 \quad (3)$$

一方、修正 Cam-Clay モデルの場合、状態境界面上で降伏が進む時に消散されるエネルギーは、塑性体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v^p$ と塑性せん断ひずみ増分 $d\varepsilon_s^p (= d\varepsilon_s)$ を用いて、

$$dW = pd\varepsilon_v^p + qd\varepsilon_s^p = p\sqrt{(d\varepsilon_v^p)^2 + M^2(d\varepsilon_s^p)^2} \quad (4)$$

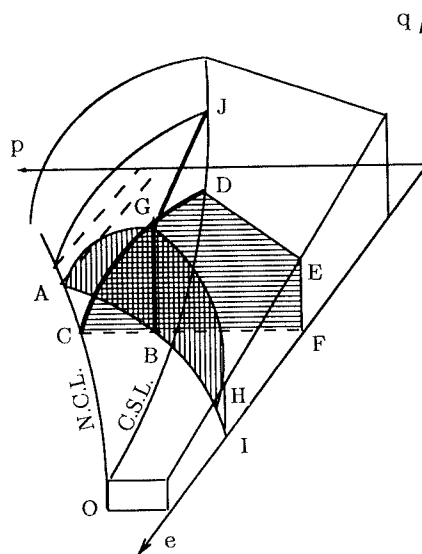
と仮定されている。式(3)、式(4)より降伏曲面の傾き ψ は応力比 η のみの関数として次式となる。

$$\frac{d\varepsilon_s^p}{d\varepsilon_v^p} = \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} = \frac{1}{\psi} \quad (5)$$

式(5)のように、 ψ が決定されれば、式(2)を積分することにより降伏関数が式(7)で与えられる。

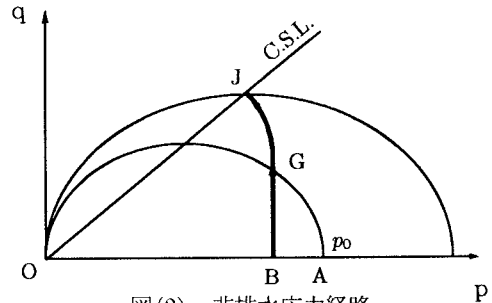
$$\int_0^\eta \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} = - \int_{p_0}^p \frac{dp}{p} \quad (6)$$

$$f = M^2 p^2 - M^2 p_0 p + q^2 \quad (7)$$



図(1) 状態境界面

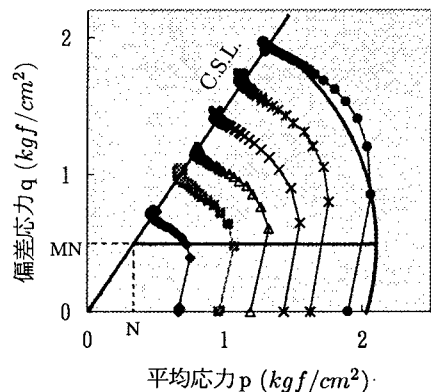
3. 既存モデルの矛盾点と提案: まず正規圧密された粘土の非排水条件を例に従来のモデルの解釈について説明する。図(1)において圧密圧力 p_0 で等方圧密(図中OA)された土がいったん除荷(図中AB)された後、B点からせん断を開始する。非排水条件の応力経路は間隙比一定の面(図中CDEF)と弾性壁面(図中AGHI)の交線(図中BG)上に拘束されつつ点Gで降伏し、さらに硬化しつつ点Jで限界状態に達するとしている。しかし、この過程を $p-q$ 面で示した図(2)によると、点Gから点Jへ移動する過程で新しい降伏面を形成していることになり、かつ図(1)の点Gから点Jの過程で非排水条件にも関わらず間隙比が変化しているという矛盾を生じている。すなわち、このような矛盾が生じる出発点は、式(5)を降伏曲面上で考えた点にあり、本来は塑性ポテンシャル面上で成立すべきである。したがって、以後は式(7)を塑性ポテンシャル関数と解釈するものとする。



図(2) 非排水応力経路

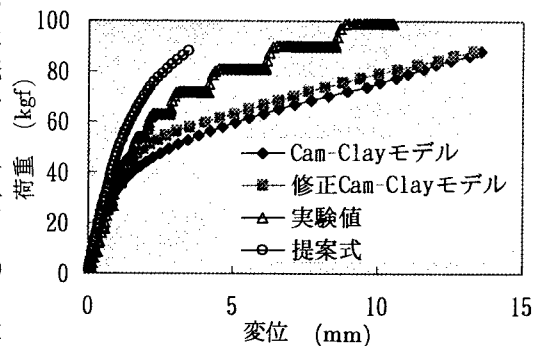
図(3)は、非排水三軸圧縮試験の応力経路を示す。圧密圧力によらず、土はせん断開始直後から降伏しているため、この応力経路は降伏関数を $p-q$ 面に投影したものと考えられる。そこで、本研究では降伏関数を限界状態線上に中心(N,MN)を持つ円で近似することにより、式(8)を提案し、そのモデルを図(3)中に示した。

$$f = (p - N)^2 + (q - MN)^2 - (p_0 - N)^2 - (MN)^2 \quad (8)$$



図(3) 三軸試験の応力経路とモデル図

4. 模型実験による既存モデルとの比較: 今回提案した降伏関数の適用性を調べるために、模型実験地盤において支持力試験を行い、既存モデルとの比較を行った。模型実験地盤は、脱気した粘土(CH級)を $\phi 200 \times 200$ の圧密槽内で圧密することにより作製した。圧密圧力は $0.75, 1.25, 1.75, 2.25 \text{ kgf/cm}^2$ の4種類である。比較した既存モデルは、修正Cam-Clayモデル、Cam-Clayモデルであり、関連流れ則を仮定している。また本研究で提案する弾塑性構成方程式による解析は、式(7)を塑性ポテンシャルとし、降伏関数に式(8)を用いた非関連流れ則を仮定した。材料パラメータは三軸試験、一次元圧密試験より $M = 1.55, \lambda = 0.118, \kappa = 0.040$ 、初期間隙比 $e_0 = 1.10$ と決定された。またボアソン比 $\nu = 0.25$ とした。図(4)に、一例として圧密圧力 2.25 kgf/cm^2 の実験結果と計算結果を示す。



図(4) 支持力試験による比較

5. 結論: 限界状態論に従う従来の構成方程式の問題点を示し、新たな解釈を加えることにより、これらの矛盾点を解決する一方策を示すことができた。ただし実験値と解析値の比較結果は、まだ十分に満足のいくものではなく、主に計算プログラムの再検討と実験精度(特に初期条件の設定)の改善が必要である。

[参考文献] 1) C.S.Desai and H.J.Siriwardane, Constitutive Laws for Engineering Materials, (Prentice-Hall,1984) 2) Britto,A.M. and Gunn,M.J., Critical State Soil Mechanics via Finite Elements, (Chichester:Ellis Horwood Ltd ,1987) 3) Wood,D.M., Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics, (Cambridge University Press ,1990)