

中部大学工学部 杉井俊夫

岐阜大学工学部 宇野尚雄

1. まえがき

これまで不飽和浸透特性を表現する多くの関数モデルが提案されている¹⁾。しかし、水分特性曲線や不飽和透水係数は強い非線形を示すため、単純な指数関数とすればその使用範囲が制限され、また適用範囲が広い関数モデルとすればパラメータ推定が難しくなるといったジレンマにある。本報告は、適用範囲が広く、パラメータ推定も容易な水分保持特性のモデルを提案しており、簡便な推定法について報告するものである。

2. 提案モデルの概要

一般に、水分特性曲線は van Genuchten のモデル²⁾に示される S 字形をとる。そこで、著者らは S 字形を表現できるロジスティック曲線³⁾を用いモデル化を試みた。

$$Se = \frac{\theta - \theta_s}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{1 + e^{-V^*}} \quad (1)$$

ここに、 Se は有効飽和度(θ_s :飽和体積含水率, θ_r :最小容水量), V^* :回帰関数(様々な関数が仮定できる) 本報告では V^* に式(2)のように、データとの相関性が高く線形回帰が可能な対数線形型の関数を採用した。

$$Se = \frac{1}{1 + \exp(A + B \ln |\psi|)} \quad (2)$$

ここに、 ψ :サクション水頭, A, B :推定されるパラメータである。

また Mualem の不飽和透水係数モデル⁴⁾を用いて不飽和透水係数の算定に利用するためには、式(2)の $1/\psi$ が Se について積分可能な形をとらなければならない。しかし、式(2)は水分特性を十分な精度で表現できるが、積分不可能な関数形となっている。そこで式(2)の右辺を m ($0 \sim 1$ の任意の値)乗してもパラメータ A, B の値が変わることにより同一の曲線を得られる理由から、積分可能である式(4)の形に変更する。

$$Se = \frac{1}{[1 + \exp(a + b \ln |\psi|)]^m} \quad (m = 1 - \frac{1}{b} : 0 < m < 1) \quad (3)$$

式(2)と式(3)と区別するため式(2)を Prototype ($m=1$ に相当)、式(3)を Practical type と呼ぶことにする。なお、Practical type は、次式のように変形することができ、

$$Se = \frac{1}{[1 + |e^{ab} \psi|^b]^m} \quad (m = 1 - \frac{1}{b} : 0 < m < 1) \quad (3')$$

これは、van Genuchten の式と一致し、その適用範囲が広いことがわかる。しかし、van Genuchten モデルのパラメータ推定は非線形最小二乗法により求める必要がある。そこで、次に提案式の簡便な推定法を示す。

3. パラメータ推定法

Practical type(式(3))上の有効飽和度が0.5である点($Se_M, \ln |\psi_M|$)と $a + b \ln |\psi| = 0$ となる点($Se_{V=0}, \ln |\psi_{V=0}|$)は、式(3)から次のように与えられる。

$$(Se_M, \ln |\psi_M|) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{b} \{ \ln(2^{1/m} - 1) - a \} \right) \text{ および } (Se_{V=0}, \ln |\psi_{V=0}|) = \left(\frac{1}{2^m}, -\frac{a}{b} \right)$$

なお、この2つの点は対象とする水分特性曲線が同一である Prototype(式(2))の関数上の点でもある。この2点を Prototype((2))に代入することにより、次の2つの方程式が得られる。

$$a + b \left(-\frac{A}{B} \right) = \ln(2^{1/m} - 1) \quad (4)$$

$$A + B \left(-\frac{a}{b} \right) = \ln(2^m - 1) \quad (5)$$

さらに、式(3)中の $m = 1 - 1/b$ 関係を式(6)とすると、この式(4), (5), (6)から次式が得られる。

$$(2^m - 1)^{1/B} - (2^{1/m} - 1)^{m-1} = 0 \quad (7)$$

したがって、Prototype（式(2)）の回帰により得られる B から式(7)を満たす m を求めることができる。式(7)は非線形方程式であるが $B \sim m$ の関係をあらかじめ求めたグラフ（図-1）を使うことにより m を容易に求められ、式(4)、式(6)から a, b の値が得られる。以上のパラメータ推定法のフローを図-2に示しておく。

4. 実験データへの適用

豊浦標準砂を対象にしたpF試験（吸引法）の結果とPrototype（式(2)）のパラメータ A, B の推定結果を図-3に示す。対数線形による回帰の結果、高い相関が得られていることがわかる。式(2)Prototypeと式(3)のPractical typeの推定されたパラメータを表-1に、また水分特性曲線を図-4に示す。図-4より十分な精度でモデル化できていることがわかる。

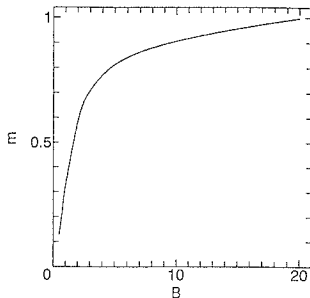


図-1 B～mの関係

表-1 パラメータ推定結果

	Prototype			Practical type		
	A	B	相関係数	m	a	b
Drying	-35.51	10.06	0.923	0.913	-40.42	11.49
Wetting	-5.237	1.816	0.966	0.555	-4.280	2.247

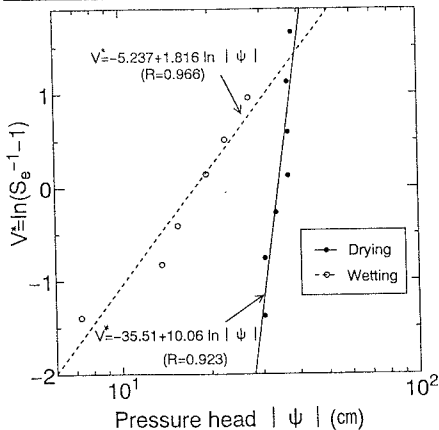


図-3 Prototypeの線形回帰

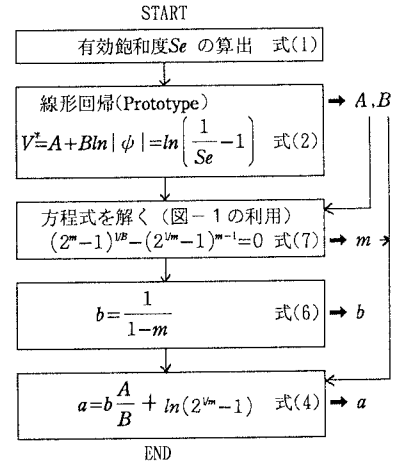


図-2 パラメータ推定のフロー

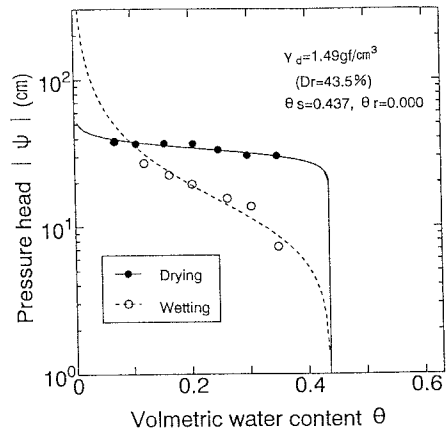


図-4 水分特性（実験値と関数モデル値）

5. あとがき

今回、新たな水分特性曲線を表現するモデルを提案し、本モデルの簡便な推定法を示した。報告したPrototypeとPractical typeを用いた推定法はvan Genuchtenモデルにも適用可能であるが、提案モデルはPrototypeを線形回帰できる利点を有しており、不飽和浸透問題への利用に有効となると考えられる。

【参考文献】1) 西垣誠：飽和・不飽和領域内の土中水の浸透特性に関する2,3の考察，土質学会論文報告集，Vol.23, No.3, pp.165-177, 1983. 2) van Genuchten, M.Th.: A Close-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils, Soil Sci. Soc. Am. J., Vol.44, pp.892-898, 1980. 3) 亀田弘行・池淵周一・春名政：土木学会編新体系土木工学2 確率・統計解析，技報堂，p.247. 4) Mualem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, Water Resour. Res., Vol.12, pp.513-522, 1976.