

Ⅲ-47

水圧破碎によるクラック進展解析

京都大学工学部 ○学生会員 三島 理, 正会員 小林 昭一

1. はじめに

本研究は、無限遠方から初期応力を受けている無限2次元等方弾性体中に存在するクラックに内圧を作用させたときに発生進展するクラックの挙動を積分方程式法を用いてシミュレーション解析したものである。この解析モデルは、水圧破碎法を2次元に単純化したものであり、その成果は地熱開発や地盤の初期応力推定の基礎データとなるものと期待される。

2. 基礎方程式

対象としているモデルに対する積分方程式は次のように表される。なお、添字については *Einstein* の総和規約を適用するものとする。

$$t_j(x) = T_{jp}(x, y)u_p^\infty(x) + \text{p.f.} \int_{\partial D} T_{jp}(x, y)C_{ijkl}U_{kp}(x, y)n_j\varphi_i(x)dS, \quad x \in S \quad (1)$$

ここで、 $U_{kp}(x, y)$ は静弾性の基本解で2次元 *Kelvin* 解を用いることとする。また、 $t_j(x)$ 、 u_p^∞ 、 $T_{jp}(x, y)$ 、 C_{ijkl} および $\varphi_i(x)$ は、それぞれ点 x における表面力、初期応力場に伴う変位、表面力演算子、弾性定数およびクラック開口変位の成分を表している。なお、 $\text{p.f.} \int_{\partial D} (\cdot) dS$ は発散積分の有限部分を意味する。

3. 数値解析

3.1. 離散化

積分方程式 (1) は、解析的に解くことは困難なので、数値解析法を適用する。ここでは、離散化には一定近似を用いた。すなわち、開口変位 φ を形状関数 Φ を用いて

$$\varphi = \sum_i \Phi^i(x)\varphi_i \quad (2)$$

と表す。ここに、

$$\Phi^i(x) = H(x - x^{i-1}) - H(x - x^i) \quad (3)$$

であり、 H は *Heaviside* のステップ関数である。以上の近似を行い、積分方程式 (1) を離散化することにより、代数方程式に帰着させ、それを解いた。

3.2. 要素分割

クラックは、荷重作用のもとで、一般に両端に近づくほど開口変位の変化率が大きくなることが知られているので、ここでは、初期クラックに対しては先端に行く程、要素が細くなるように分割をした。

4. クラックの進展

4.1. クラックの進展条件

クラックは条件

$$\left(\frac{D_n}{D_{max}}\right)^2 + \left(\frac{D_t}{D_{max}}\right)^2 \geq 1.0 \quad (4)$$

を満たすとき進展するものとした。ここに、 D_n および D_t は、クラック先端要素中点のクラック要素に垂直および接線方向変位成分であり、 D_{max} として、ここではクラックの先端要素の長さの $1/5000$ の値を用いることにした。なお、元のクラックから進展したクラックをブランチ・クラックと呼ぶことにする。

4.2. クラックの進展方向

ブランチ・クラックは、次の式を満たす方向（ブランチ・クラック軸からの角度を θ とする）に進展する。

$$D_n \sin \theta + D_t(3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (5)$$

この方向は、クラック先端での最大引張応力に垂直な方向である。

4.3. クラックの進展量と内圧変化

ブランチ・クラック進展の計算方法は、与えられた初期応力のもとで、クラック内に加える内圧 p を少しずつ式 (4) の等号をみたすまで増加させる。式 (4) の等号をみたした瞬間に、ブランチ・クラックは式 (5) で定まる方向に、準静的に一定長さ（ここでは、初期クラックのクラック先端要素長とした）だけ進展するものとした。クラックが進展すれば、クラック内の体積が増加するので、内圧 p は減少して p' となる。そこで再び内圧 p' をクラック内にかけて、式 (4) をみたさなくなるまでクラックが進展し続けるものとした。このような過程を各ステップに適用することにより、クラックの進展追跡した。

5. 解析結果

本文では、初期クラック解析モデルとして、長さ 2 のクラックを考えた。また、ヤング係数 E 、ポアソン比 ν は、それぞれ

$$E = 2.0 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2, \nu = 0.20$$

とした。初期応力として、主応力 σ_1, σ_2 、初期クラックと最大主応力とがなす角度 θ として、数ケースについて解析を行った。解析例を図 1 に示す。クラックの進展形状は、どのケースについても、進展にともない最大

初期クラック

$P = 3.650$

$P = 3.577$

$P = 3.512$

$P = 3.227$

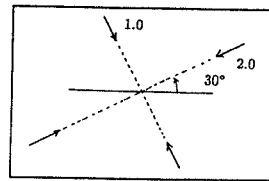
$P = 3.029$

$P = 2.873$

$P = 2.749$

$P = 2.602$

$P = 2.494$



応力状態

内圧
 p

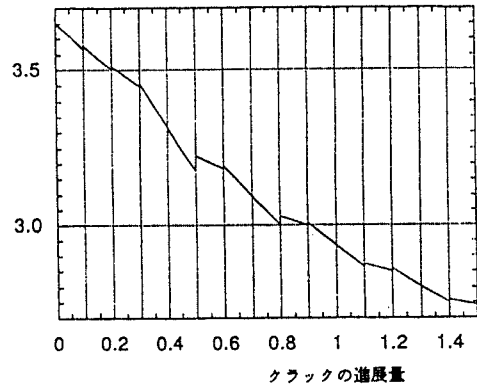


図 1-a クラックの形状とその破壊する内圧

図 1-b 内圧とクラックの進展量の変化

主応力方向と平行な方向に収束していくことが分かる。また、内圧 p とクラックの進展量を見ると、クラックの進展が止まる内圧 p_1 はクラックの進展とともに減少し、ある値に収束していくようである。

6. おわりに

水圧破碎に伴うクラックの進展については、既にいくつかの研究が行われている。ここに示した例は 2 次元の簡単なものであり、ブランチ・クラックの発生条件など、まだ検討すべき点はあるけれども、クラック進展の基本的な機構を表していると思う。今後は、3 次元状態での水圧破碎のシミュレーション解析を行う予定である。