

II-503

季節別短期水需要予測モデルに関する一考察

東京都立大学工学部 正員 小泉 明
 東京都立大学工学部 正員 稲員 とよの
 東京都立大学大学院 学生員 ○具 滋茸

1. はじめに

都市の人口集中、生活水準の向上、経済の成長などに伴い水需要は増大している。それに伴い最近水道の普及率が高まり、配水コントロールをはじめとする水道の維持管理計画が重要な課題となっている。このためには、対象地域特性と関連した水需要要因構造の把握を十分しなければならないし、適確な水需要予測が必要となる。本研究では、季節別短期水需要予測モデルを試みるため、筆者らが既に提案した多元ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average) モデル¹⁾を実用性の観点から改良した。そして、八王子市における日配水量データを用い、多元ARIMAモデルと重回帰モデルで生じた残差の逐次修正を行なうカルマンフィルターモデル²⁾との比較を行ない、季節別短期水需要予測の適用性を検討する。

2. 水需要量の時系列変動

時系列データの変動を把握するため、自己相関係数による定常時系列長の検討を行う。Box and Jenkins³⁾によると自己相関係数がゼロと見なせる直前の遅れ(ラグ)が20よりも小さければ定常時系列であると判断される。そこで、配水量について、基準月から3ヵ月、6ヵ月、1年、2年について自己相関分析を行い、各ケースにおいて自己相関係数がゼロとみなせる直前のラグをプロットした図1より明らかなように、データサイズを3ヵ月程度とすれば、いずれのケースについても定常時系列として取り扱えることが分かった。水需要影響要因の分析では、データサイズを3ヵ月として、配水量と他の要因との間の相互相関分析を行い、配水量に影響を及ぼすと思われる要因を選択する。この結果、モデルに用いる要因は天候、最高気温、休日の三要因に決定した。

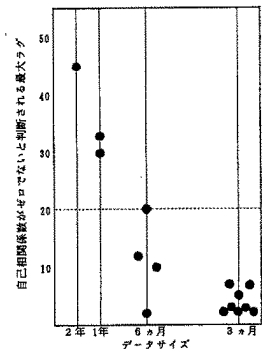


図1. 配水量の自己相関分析結果

3. 水需要量予測モデル

水需要量の予測手法として用いる多元ARIMAモデルの基本式は(1)式で表される。

$$y_t = \sum_{i=1}^m \frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)} x_{i,t} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t + \mu \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 y_t : t 時点の出力、 a_t : t 時点のランダム誤差、 $\omega_i(B)/\delta_i(B)$: 伝達関数荷重、 $\delta_i(B)=1-\delta_{i,1}B-\dots-\delta_{i,r}B^r$ 、 $\omega_i(B)=\omega_{i,0}-\omega_{i,1}B-\dots-\omega_{i,s}B^s$ 、 $x_{i,t}$: t 時点の入力 ($i=1$: 天候、 $i=2$: 最高気温、 $i=3$: 休日)、 $\theta(B)$: 移動平均演算子、 $\theta(B)=1-\theta_1B-\dots-\theta_pB^p$ 、 $\phi(B)$: 自己回帰演算子、 $\phi(B)=1-\phi_1B-\dots-\phi_qB^q$ 、 μ : 定数である。出力である配水量は、入力要因や外乱、さらには出力自身の履歴の影響を受けていると考えられるので、(1)式における伝達関数荷重項の次数 s と r 、自己回帰演算子項の p と移動平均演算子項の q について、全ての組み合わせの18ケースについて計算した。表1に季節別多元ARIMAモデル(r, s, p, q)に用いるモデルのパラメータ次数並びに分析結果を示す。

一方、カルマンフィルターは、1960年に動的システムの予測に関して発表されたR. E. Kalmanの名前にちなみ名付けられた線形フィルターである。ここでは、天候、最高気温、休日による配水量の変化を重回帰式の説明変数とした予測式を考え、それをもとに、季節別のデータにより初期値を作製し、季節別の

表1. 季節別多元ARIMAモデルの適用結果(1985年度)

季節	原データの分散	モデルのパラメータ r, s, p, q	残差分散	自由度調整済み 重相関係数
春	57.844	$r=s=0, p=q=1$	13.416	0.88
夏	89.716	$r=s=0, p=q=1$	15.971	0.91
秋	39.276	$r=s=0, p=q=1$	10.125	0.87
冬	38.960	$r=2, s=1, p=q=1$	14.550	0.73

日配水量をカルマンフィルタにより予測した。カルマンフィルターの逐次計算に用いる状態方程式(2)と観測方程式(3)を以下に示す。

$$X_{(t+1)} = B_{(t+1)} X_{(t)} + U_{(t+1)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$y_{(t)} = A_{(t)} X_{(t)} + W_{(t)} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $y_{(t)}$: 観測値、 $X_{(t+1)}$: 状態量ベクトル、 $A_{(t)}$: 変換ベクトル、 $U_{(t+1)}$: 状態量誤差ベクトル、 $W_{(t)}$: 観測値誤差、 $B_{(t+1)}$: 遷移マトリクスである。

4. 水需要量予測と検証

ここでは、提案したモデルの評価をするため、3.で作成した季節別モデルを用いて、次年度(1986年度)の季節別予測を行った。なお、モデルによる予測値と実測値との適合度は、自由度調整済み重相関係数(R^*)によって判断する。表2に示すように多元ARIMAモデルとカルマンフィルターモデルの大部分は統計的観点から満足できることが分かった。表2の R^* と平均誤差を二つのモデルについて比較すると、今回利用したデータに対しては多元ARIMAモデルがカルマンフィルターモデルよりやや精度が高いと言うことができた。

一例として予測値と実測値の比較した結果を図2及び図3に示す。これより、翌年の配水量を予測したにもかかわらず、いずれの季節についても予測値は実測値の変動傾向を良く表現できた。図4によると、残差の平均はほぼゼロに近い系列を示している。従って、作成したモデルはその残差から見ても良好なものであったと判断できよう。

5. おわりに

本研究では、配水コントロールのための季節別短期水需要予測モデルとして多元ARIMAモデルとカルマンフィルターモデルを比較した。まず、定常時系列長の検討結果により、3ヵ月毎の季節別モデルを作成し、季節別水使用変動を記述するモデルを得ることができた。そして、これらのモデルによる次年度の予測を行った結果、提案したモデルによる予測値は実測値の変動傾向を良好に表すことができ、提案した二つのモデルが十分実用に耐えるものであることが明かとなった。

なお、本研究で示したような短期水需要予測モデルを配水コントロールに利用する際、コントロールの精度と予測精度の問題が生ずる。つまり、どの程度のコントロールをするためにはどの程度の予測精度が必要になるかといったことであり、今後の大きな研究課題であると考えらる。

【参考文献】

1. 小泉明、稲員とよの、千田孝一、川口士郎、多元ARIMAモデルによる水使用量の短期予測、水道協会雑誌、第57巻第12号、pp13-20、1988
2. 比企三蔵、カルマンフィルタによる配水量予測、水道協会雑誌、第58巻第2号、pp2-14、1989

表2. 多元ARIMAモデルとカルマンフィルターモデルの比較

季節 (1986 年度)	多元ARIMAモデル		カルマンフィルターモデル	
	平均誤差 (%)	自由度調整済み 重相関係数	平均誤差 (%)	自由度調整済み 重相関係数
春	2.05%	0.89	3.58%	0.69
夏	2.08%	0.90	2.86%	0.83
秋	1.99%	0.76	2.91%	0.57
冬	3.29%	0.67	3.40%	0.40

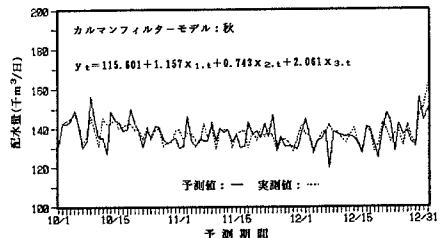


図2. 配水量実測値と予測値

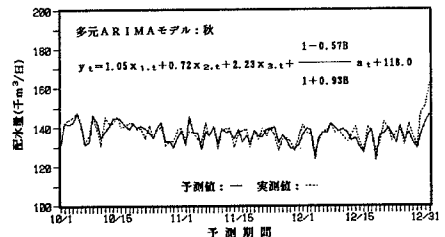


図3. 配水量実測値と予測値

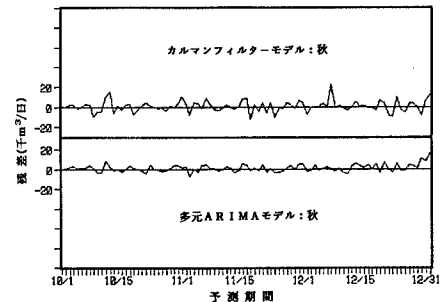


図4. 残差の時系列図