

非線形波の碎波変形シミュレーション

東京大学大学院 学生会員 有川 太郎
 東京大学工学部 正会員 Mohammad Dibajnia
 東京大学工学部 正会員 磯部 雅彦

1. はじめに

相対水深および波形の特徴によって、深海域と浅海域、また浅海域を碎波前と碎波後に分ける。深海域では、線形理論を用いても、かなり精度良く波形を表現することができる。浅海域では波が尖り、線形理論では波形を表現することができない。いままで、碎波前の浅海域では、いろいろな方程式が考えられている。磯部(1994)によって非線形緩勾配波動方程式が提案され、碎波点付近まで精度の良い波形を得ている。碎波後の波形については、既往の方程式にエネルギーの散逸を考慮し、拡張した方程式を用いている。ところがこれまで、波高などは精度良く求めることができるものの、波形までとなるとうまく求められていない。

そこで本研究では、碎波後の波形を精度良く求めることを目的とし、基にする方程式には非線形緩勾配波動方程式を用い、それを拡張させる。

2. 拡張した非線形緩勾配波動方程式

未知数の速度ポテンシャルを鉛直方向成分と水平方向成分に分け、あらかじめ定めた鉛直分布関数系によって N 個の級数表示を行う。そうすると、速度ポテンシャルは、

$$\begin{aligned}\phi(x, z, t) &= \sum_{\alpha=1}^N Z_{\alpha}(z; h(x)) f_{\alpha}(x, t) \\ &\equiv Z_{\alpha} f_{\alpha}\end{aligned}\quad (1)$$

となる。ここで、 z は静水面に対する鉛直座標、 x は水平座標、 h は水深をそれぞれ表す。なお、後ろの式のごとく添え字に関して総和規約を適用する。エネルギーの散逸の影響を、エネルギー減衰項 E_D を加えることにより評価する。また緩勾配を仮定し勾配に関して2次以上のオーダーを無視すると拡張された非線形緩勾配波動方程式は次の様になる。

$$g\eta + Z_{\alpha}^{\eta} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \frac{1}{2} (Z_{\alpha}^{\eta} \nabla f_{\alpha})^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial Z_{\alpha}^{\eta}}{\partial z} f_{\alpha} \right)^2$$

$$+ (Z_{\alpha}^{\eta} \nabla f_{\alpha}) \left(\frac{\partial Z_{\beta}^{\eta}}{\partial h} f_{\beta} \right) \nabla h + E_D = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned}Z_{\alpha}^{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla (A_{\alpha\beta} \nabla f_{\beta}) + (B_{\beta\alpha} - B_{\alpha\beta}) \nabla f_{\beta} \nabla h \\ - C_{\alpha\beta} f_{\beta} + Z_{\alpha}^{\eta} \left(\frac{\partial Z_{\beta}^{\eta}}{\partial h} f_{\beta} \right) \nabla \eta \nabla h = 0\end{aligned}\quad (3)$$

ここで、 η は水面変動、 ∇ は $(\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ の水平2方向の微分演算子を示し、また

$$\begin{aligned}A_{\alpha\beta} &= \int_{-h}^{\eta} Z_{\alpha} Z_{\beta} dz \\ B_{\alpha\beta} &= \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial Z_{\alpha}}{\partial h} Z_{\beta} dz \\ C_{\alpha\beta} &= \int_{-h}^{\eta} \frac{\partial Z_{\alpha}}{\partial z} \frac{\partial Z_{\beta}}{\partial z} dz\end{aligned}$$

である。

E_D は、拡散型のもの(佐藤・鈴木、1990)を参考に、次のようにする。

$$\begin{aligned}E_D &= -\nu Z_{\alpha}^{\eta} \nabla^2 f_{\alpha} \\ \nu &= \frac{gd}{\omega^2 b_m} f_D \\ f_D &= \alpha_D \tan \beta \sqrt{\frac{g}{d}}\end{aligned}\quad (4)$$

ここで、 g は重力加速度、 d は平均水深、 ω は角周波数、 $\tan \beta$ は海底勾配、 α_D は碎波帯内では2.5となる係数で碎波係数と名づけ、 b_m は拡散緩和係数と名づけ、ここでは定めない。 f_D はエネルギー逸散係数で波高水深比が一定になることから求められたものである。

3. 計算手順

3.1. 数値計算の方法

1次元問題を考え、 x 座標の方向に関して計算領域を M 個の点に分ける。そして式(2)および式(3)を差分化する。非線形緩勾配波動方程式の差分式は磯部

(1994) に詳しい。式(2)の減衰項も、磯部の考え方のとおり差分化する。

このようにして、各タイムステップのなかで、境界条件も含めた $M \times (N + 1)$ 個の差分式を連立させて、 $M \times (N + 1)$ 個の未知数を求める。

3.2. 境界条件

境界条件は、沖側では反射波成分を計算領域から無反射で透過させる条件が必要で、非線形性を無視できるものとして、

$$\frac{\partial a}{\partial t} - c \frac{\partial a}{\partial t} = 2 \frac{\partial a^{(l)}}{\partial t} \quad (5)$$

ここで、 a は η または f_a を、 $a^{(l)}$ は各入射波成分を、 c は波速をそれぞれ表す。

岸側では波を滑らかに透過させるために、水深がある程度まで浅くなったら、それより岸側では水平床とし、その領域を仮想計算領域とする。領域外から波は供給されないから、式(5)に対応して岸側境界条件は、

$$\frac{\partial a}{\partial t} + c \frac{\partial a}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

のようになる。

3.3. 碎波点の決定

碎波条件は、合田の碎波条件式

$$H_B = AL_0[1 - \exp\{-1.5 \frac{\pi h_B}{L_0}(1 + 15(\tan \beta)^{4/3})\}] \quad (7)$$

を用いる。ただし、 A は 0.17 となる係数、 L_0 は沖波波長、 H_B および h_B は碎波点での波高および水深である。

水深はあらかじめ与えられているので、それに対する H_B は L_0 を定めることにより、各場所で求めることができる。数値計算を進めていく過程では、1 周期ごとに各場所の波高を求め、その波高が H_B を越える点を碎波点とする。そして、その点より $1/4$ 波長前の点から、空間的に滑らかに碎波係数を 2.5 になるように定める。そして、次のステップから 1 周期の間その減衰項を用いて計算する。

4. 数値計算例

実験値は、水深 40cm、入射波高 3.7cm、および周期 2.1s の規則波を、一様勾配 $1/20$ のもつて測定したものである。数値計算は、諸条件は同じで、水深が 1cm となる点から仮想計算領域とする。また、減衰項の初期値は仮想計算領域より沖側の点では 0 とし、仮想計算領域内では空間的に滑らかに増加するように定

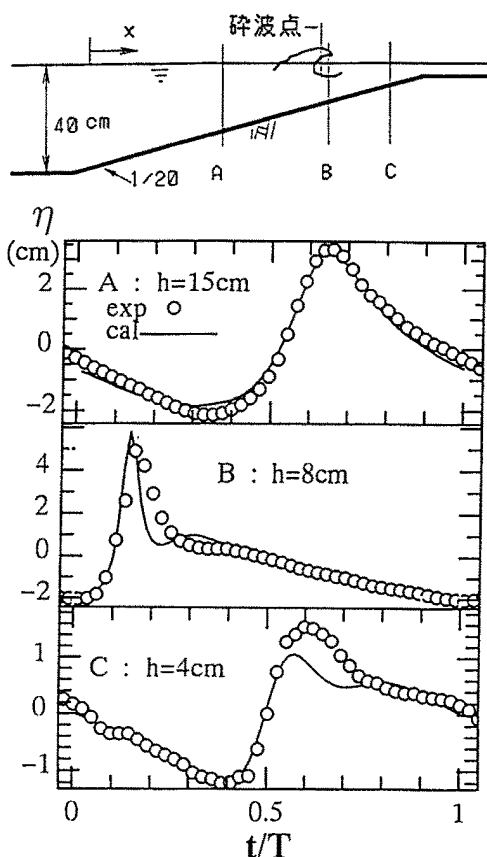


図 1: 計算結果の比較

めておく。また、 $N = 2$ をとり、鉛直分布関数として $Z_\alpha = (\frac{h+z}{h})^{2(\alpha-1)}$ を採用し、 $b_m = 2.5$ とする。

図 1 は、水深 15cm (碎波帯外)、8cm (碎波点付近)、および 4cm (碎波帯内) における、1 周期間の水面変動 η の値を、実験値と計算値とで比較したものである。

5. 結論

碎波点付近までの波形は精度良く求められている。碎波帯内の波形はある程度は一致しているが、計算結果の方が波が尖って分散していることがわかる。

参考文献

- 磯部 雅彦 (1994): 非線形緩勾配波動方程式の提案、海岸工学論文集第 41 巻 (1)、pp. 1 ~ 5.
- 佐藤 慎司・鈴木 秀典 (1990): 碎波帯における底面流速変動波形の評価法、海岸工学論文集第 37 巻、pp. 51 ~ 55.