

任意海底形状における碎波変形解析手法の開発

熊本大学 工学部 正 員 滝川 清
 熊本大学 工学部 正 員 ○ 山田 文彦
 熊本大学 工学部 学生員 松本 健作

1. 概説 碎波変形のように渦を伴った乱れの激しい現象を数値的に解析するには、粘性流体を対象とした解析が必要であるが、そのような解析例は数例(滝川(1991)、宮田(1993)など)にすぎない。筆者ら(1991)は、FEMとSMAC法を用いてN・S方程式に基づいた数値解析手法を開発し、室内実験との比較よりその有効性を示している。

しかし、(1)直交座標を使用しているため、複雑な海底形状に完全には対応していない。

(2)3次元への拡張では、マーカー粒子の記憶容量が莫大となる。

等の問題点は未解決のままである。そこで本研究は境界適合座標を導入し、任意海底形状における碎波変形の数値解析手法の開発を目的としている。

2. 境界適合座標 実空間上の解析領域Dを直交格子からなる長方形領域D*に座標変換し、写像空間で物理現象を支配する偏微分方程式を解くことを考える。(図-1)ここで、境界S₁~S₄は、写像空間の境界S₁*~S₄*にそれぞれ対応する。

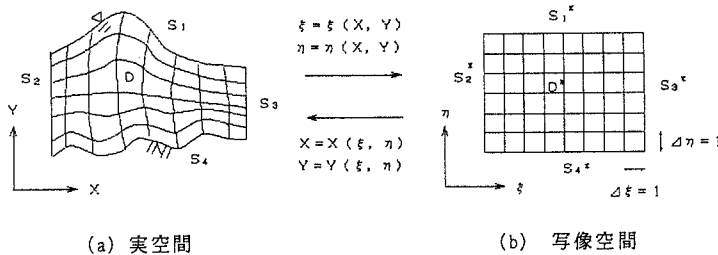


図-1 実空間と写像空間の格子

この方法はBoundary-Fit法とも呼ばれ、写像空間から実空間への逆座標変換によって、境界適合格子を生成するものである。本研究では等角写像とは異なり、変換の測度(metric)を数値的に評価しているが、巻き波碎波のように自由表面が多価関数となる場合には、通常格子生成を行うことは困難である。そこでThompsonら(1985)に従って、格子間隔やねじれを調整する制御関数を用いることで、巻き込み後も格子が生成できることを確認した。なお、境界適合座標を用いると自由表面条件を厳密に取り扱える反面、移動境界問題となるため各時間ステップで格子を生成する必要がある。

3. 基礎方程式 直交座標 (x, y) での連続の式とN・S方程式を、境界適合座標 (ξ, η) に変換すると式(1)~(3)となる。

$$\frac{1}{J} \frac{\partial (JU)}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \frac{\partial (JV)}{\partial \eta} = 0 \quad (1)$$

$$JU_t + (JUu)_\xi + (JVu)_\eta = JF_x - \frac{1}{\rho} (J\xi_x p)_\xi - \frac{1}{\rho} (J\eta_x p)_\eta + [J\nu\{(2\xi_x^2 + \xi_y^2)u_\xi + (2\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)u_\eta + \xi_x\xi_y u_\xi + \xi_y\eta_x u_\eta\}]_\xi + [J\nu\{(2\eta_x\xi_x + \eta_y\xi_y)u_\xi + (2\eta_x^2 + \eta_y^2)u_\eta + \eta_x\xi_x u_\xi + \eta_x\eta_y u_\eta\}]_\eta \quad (2)$$

$$JV_t + (JUv)_\xi + (JVv)_\eta = JF_y - \frac{1}{\rho} (J\xi_y p)_\xi - \frac{1}{\rho} (J\eta_y p)_\eta + [J\nu\{(\xi_x^2 + 2\xi_y^2)v_\xi + (\xi_x\eta_x + 2\xi_y\eta_y)v_\eta + \xi_x\xi_y v_\xi + \xi_y\eta_x v_\eta\}]_\xi + [J\nu\{(\eta_x\xi_x + 2\eta_y\xi_y)v_\xi + (\eta_x^2 + 2\eta_y^2)v_\eta + \eta_x\xi_x v_\xi + \eta_x\eta_y v_\eta\}]_\eta \quad (3)$$

ここで、下付き添字は偏微分であることを示す。 (u, v) は (x, y) 方向の流速成分、 ρ は密度、 p は圧力、 (F_x, F_y) は (x, y) 方向の物体力成分である。また、 J は変換のヤコビアン、 $U \cdot V$ は反変流速(contravariant velocity)であり以下のように定義する。

$$J = x_{\xi} y_{\eta} - y_{\xi} x_{\eta}, \quad U = \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v$$

反変流速 U, V は ξ, η 方向の流速成分に比例した量となるため、風上差分使用時の風向きの判定に使用する。

4. 計算手法 計算手法の詳細については、講演時に発表の予定であるので、ここではその概略のみを述べる。

- (1) $N \cdot S$ 方程式の従属変数には物理速度 (u, v) と反変流速 (U, V) を選ぶ。
- (2) 流速と圧力を同一点で定義するRegular Gridを採用する。
- (3) $N \cdot S$ 方程式を写像空間のコントロール・ボリュームで積分し、離散化方程式を導く。
- (4) 移流項には、一般座標における3次精度風上スキームを用いる。(Y. takemoto 1985)
- (5) Fractional-step法とCrank-Nicholson法により流速と圧力を同時に求める。

5. 適用計算例 上記の計算手法により一様斜面における砕波変形の計算を行った。入射条件は、表-1に示すとおりである。格子分割数はX方向に113分割、Y方向に17分割、時間ステップは安定条件から1/1000秒とした。計算の初期条件は、滝川らのFEMによる砕波直前の計算結果を用いている。

また水表面における運動学的境界条件はMAC法にならって、水表面上の格子点をラグランジュ的に移動させることで表現し、力学的境界条件は粘性応力と表面張力を無視し、水表面上で圧力を0とした。

6. 結果および考察 図-2に計算結果を示す。

(a)は初期状態、(b)は0.15秒後の結果であり、それぞれ上方が自由表面及び格子分割状況を、下方が流速分布を表している。波の進行に伴って切り立ってゆく様子が再現されている。格子分割数を増やすことで、波の切り立ち具合や波の峰付近の流速分布が実験値に近づくことがわかった。また、圧力も振動することなく計算できているので、境界適合座標を用いることで複雑な海底形状での砕波変形の解析がある程度可能であることが確認できた。

今後はさらに境界条件を検討し、3次元の砕波問題へと発展してゆきたい。

謝 辞: 本研究は、熊本大学による平成6年度教育研究学内特別経費の援助を受けて行われており、深甚なる謝意を表します。

表-1 入射条件

周 期 (s)	入射波高 (cm)	沖波波形勾配	海底勾配	砕波形態
2.08	18.5	0.0283	1/20	巻き波型



(a) $t = 0$



(b) $t = 0.15 \text{ s}$

図-2. 計算結果

- <参考文献> (1)滝川清:海岸工学論文集, Vol. 38(1), pp. 61-65, 1991
 (2)H. Miyata: J. Soc. Naval Archt. Japan, Vol. 173, pp. 35-44, 199
 (3)J. P. Thompson: North-Holland, New York, 1985, (4)Y. Takemoto: IPPJ-734, 1985