

## II - 290

## スペクトル応答解析による穂波の成因に関する研究

東京工業大学工学部 正会員 池田駿介  
東京工業大学工学部 学生会員 館健一郎

## 1. はじめに

稲穂などの可撓性を有する有する植生層上において、いわゆる「穂波現象」が見られることがある。本研究では可撓性を有する植生の振動について理論的、実験的解析を行った。まず、植生の柱体モデルを用い、その横振動の運動方程式についてスペクトルを用いた不規則応答解析を行った。そして植生の振動スペクトルと風速の乱れスペクトルの関係について検討した。また、穂波の発生周期、植生の固有振動周期及び変曲点不安定により生じる渦の相互関係について検討し、穂波の発生原因をより明確にすることを試みた。

## 2. 運動方程式および不規則応答解析

1本の植生を柱体で近似し、その振動モデルを導入する。静止状態の植生の中心軸を鉛直 $z$ 軸とし、そこからの水平方向変位を $\xi$ 、 $x$ 軸方向（流下方向）の流体の速度を $u$ とすると、運動方程式は次式で表される。

$$\frac{1}{4}(\rho_p + C_M \rho_f) \pi b^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + C_1 \frac{\partial \xi}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^4} = \frac{1}{2} \rho_f C_D b \left| u - \frac{\partial \xi}{\partial t} \right| \left( u - \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) + \frac{1}{4} (\rho_p - \rho_f) g \pi b^2 \xi + \frac{1}{4} \rho_f (1 + C_M) \pi b^2 \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1)$$

ここに、 $\rho_p$ 、 $\rho_f$ は流体および植生の密度、 $b$ は植生の直径、 $C_1$ は減衰定数、 $EI$ は曲げ剛性、 $C_D$ は1本の円柱の抵抗係数、 $g$ は重力加速度、 $t$ は時間、 $C_M$ は付加質量係数であり、左辺第1項は慣性項、第2項は減衰、第3項は剛性による復元力を表し、右辺第1項は流体抵抗、第2項は重力、第3項は流体の加速による圧力勾配を表す項である。流速が十分大きく、 $u - \partial \xi / \partial t$ は正として、 $|u - \partial \xi / \partial t| (u - \partial \xi / \partial t) = (u - \partial \xi / \partial t)^2$ と置く。

植生頂部の水平変位を $\zeta$ とし、 $z$ の高さにおける変位は植生の平均高さ $d$ によって $\xi = (z/d)\zeta$ と線形近似できるものとし、式(1)を $z=0$ から $d$ まで積分すると以下の式を得る。

$$\frac{1}{8}(\rho_p + C_M \rho_f) \pi b^2 d^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \frac{1}{2} C_1 d \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{8EI}{d^3} \zeta = \frac{1}{2} \rho_f C_D b d [u^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{d\zeta}{dt} \right)^2 - \left( \frac{d\zeta}{dt} \right) u] + \frac{1}{4} (\rho_p - \rho_f) g \pi b^2 d \zeta + \frac{1}{4} \rho_f (1 + C_M) \pi b^2 d \frac{du}{dt} \quad (2)$$

ここで、植生の剛性による復元力を表す左辺第3項は片持ち梁に一樣分布荷重 $p$ が作用すると考え、その単位長さ当たりの作用力と植生頂部との関係式より次式で与えた。

$$\int_0^d p dz = \int_0^d \frac{8EI}{d^3} \zeta dz = \frac{8EI}{d^3} \zeta \quad (3)$$

ここで $u$ 、 $\zeta$ を時間平均値とその変動成分に分け、 $u = U + u'$ 、 $\zeta = Z + \zeta'$ （ $U$ 、 $Z$ は平均値、 $u'$ 、 $\zeta'$ は変動成分）と置く。ただし $u'$ 、 $\zeta'$ の二乗の項は高次項として省略し、平衡状態の釣り合いを考慮すると、植生頂の変動成分 $\zeta'$ に関する以下の運動方程式が得られる。

$$\frac{1}{8}(\rho_p + C_M \rho_f) \pi b^2 d^2 \frac{d^2 \zeta'}{dt^2} + \frac{1}{2} C_1 d \frac{d\zeta'}{dt} + \frac{8EI}{d^3} \zeta' = \frac{1}{2} \rho_f C_D b d (2Uu' - U \frac{d\zeta'}{dt}) + \frac{1}{4} (\rho_p - \rho_f) g \pi b^2 d \zeta' + \frac{1}{4} \rho_f (1 + C_M) \pi b^2 d \frac{du'}{dt} \quad (4)$$

式(4)を簡単のため以下のようにおく。

$$K_1 \frac{d^2 \zeta'}{dt^2} + K_2 \frac{d\zeta'}{dt} + K_3 \zeta' = K_4 \frac{du'}{dt} + K_5 u' \quad (5)$$

式(5)を用いて、不規則応答解析<sup>1)</sup>を行うと、植生頂変位のパワースペクトル密度 $S_{\zeta\zeta'}(\omega)$ 、流速の変動成分のパワースペクトル密度 $S_{u'u'}(\omega)$ の関係が、次式で与えられる。

$$S_{\zeta\zeta'}(\omega) = \frac{(K_5)^2 + (K_4 \omega)^2}{(-K_1 \omega^2 + K_3)^2 + (K_2 \omega)^2} S_{u'u'}(\omega) \quad (6)$$

## 3. 実験及び解析

実験は東京工業大学土木工学科水工学実験室の風洞を用いて行った。ナイロンブリッスルの模擬植生（長さ10cm、1次モード固有周波数は7.5Hz）を流下方向に1cm、横断方向に5mm間隔で流下方向3mにわたって植え付け、ビデオ画像解析による植生頂部の流下方向変位の測定および熱線風速計による鉛直方向の風速分布の測定を行った。測定はRun1、Run2、Run3の3回行ったが、以下にはRun2の結果を示す。

図-1に、風速測定値より高速Fourier変換によって求めた風路底面からの高さ $z=5$ cmでの風速変動 $u'$ のパワースペクトル密度を示す。スペクトルのピークが1.5Hz付近に見られ、この周波数は平均風速の変曲点不安定によって生じる組織渦の発生周期に対応していると考えられる。高周波領域のスペクトルの勾配は約-5/3であり、一般的にいわれている慣性小領域のカスケード過程のエネルギ減衰率と一致している。

植生頂部の変位の測定からFFTによって求めた変動成分 $\zeta'$ のパワースペクトル密度を図-2に示す。スペ

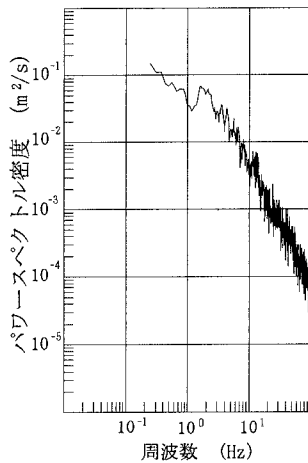


図-1 流速スペクトル

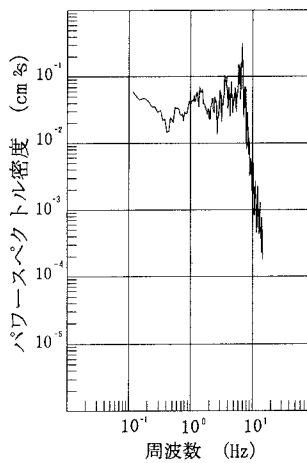


図-2 変位スペクトル  
(測定値)

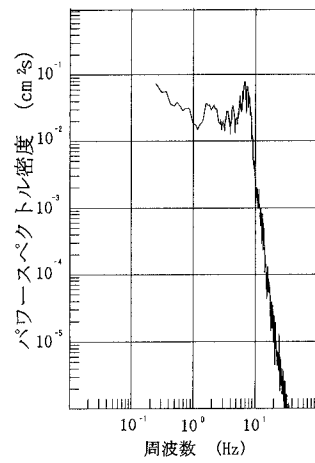


図-3 変位スペクトル  
(計算値)

表-1 穂波の周期（単位はHz）

|      | 風速変動スペクトルより | 植生頂部の変動スペクトルより | 植生頂部の時間変動より | レイノルズ応力の時間変動より | 式(7)による値 |
|------|-------------|----------------|-------------|----------------|----------|
| Run1 | 1           | 1              | 1.3         | 1.2            | 1.71     |
| Run2 | 1.6         | 1.5            | 1.5         | 1.1            | 2.33     |
| Run3 | 1.2         | —              | 1.7         | 1.7            | 2.84     |

クトルのピークは模擬植生の固有周波数約である7.5Hzにある。また、周波数1.5Hz程度にも小さなピークがあるが、これは穂波の周波数に対応すると考えられる。図-3に示すのが、測定した風速変動 $u'$ のスペクトルを式(6)に代入して、不規則応答解析を行って求めた植生頂部の変位 $\xi$ のパワースペクトル密度である。図-3と実測値の図-2を比較すると、全体としてはほぼ同じようなスペクトル分布となっており、風速変動スペクトルと植生の振動スペクトルは式(6)で表されるシステム関数により関係付けられるといえる。

ここで穂波の周期と植生境界に発生する周期渦の関係を把握するため、様々な方法により周期の比較を行った。また、植生境界に発生する渦の周期を理論的に求めるため、流速分布に変曲点を有するせん断流れの不安定性を取り扱ったHo & Huerre<sup>2)</sup>の線形理論を用いる。それによると最大発達率を示す周波数 $\eta$ は次式で与えられる。

$$\frac{\eta}{U_m} = 0.032 \quad (7)$$

ここに、 $\eta$ は流速分布の持つ運動量厚さ、 $U_m$ はせん断層上下2境界における流速の平均値である。表-1に、風速を変えたそれぞれのケースについて求めた周波数を示す。測定された穂波の周波数は測定された周期渦の発生周波数とほぼ一致しており、線形理論周波数とはオーダー的に一致している。従って穂波を起こしているのは植生境界付近に発生する組織渦であると結論付けられる。またこの周波数は植生の固有周波数（7.5Hz）とは一致しておらず、本実験で見る限り穂波の発生は必ずしも風速・圧力の変動と植生の共振に伴うものではないといえる。

#### 参考文献

- 1) 山坂昌成, 池田駿介: 乱れエネルギー Spektrum を考慮した乱流中の球の沈降速度, 土木学会論文集, 第417号/II-13, pp.173-179, 1990.
- 2) Ho, C. M. and Huerre, P.: Perturbed free shear layers, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol.16, pp.365-424, 1984.