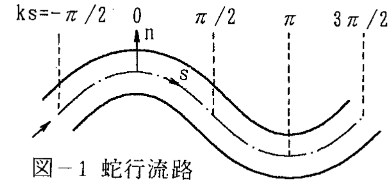
Ⅱ－233

蛇行流路における流れの計算の境界条件について

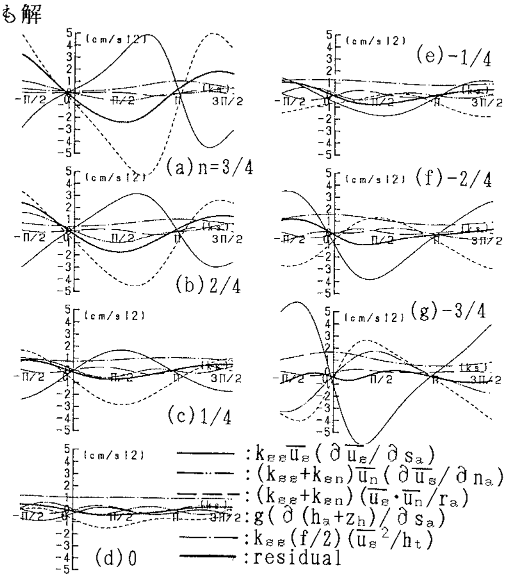
立命館大学理工学部　正員 ○ 小澤功一
立命館大学理工学部　　　　　泉　督機

１．まえがき　河川の蛇行部においては外岸部の洗掘と内岸部の堆積の状況が現れる。また河床材料の粒径や水理条件によっては交互砂州が生じたりして、河床の状況が複雑になってくる。これらに関連する水理量を正確に予測できることが望まれている。運動方程式や連続式を連立させて水理量を求める場合、境界条件を設定する必要がでてくる。数値計算による場合でも解析解から求める場合でも、境界条件の一つとして計算区間の上流端における主流速の横断分布を用いることが通常行われる。蛇行流路における変曲点に相当する位置では、曲率半径は無限大で直線部と同じ条件となる。この位置での水深平均主流速の横断分布を測定すると必ずしも一様とはなっていない。境界条件としてこのような一様ではない分布を用いて下流方向へ計算を進めていく場合、はたして妥当な値が得られているのかどうかが危惧される。すなわち上流端での測定値が計算条件に適合しているかどうかを確認する必要がある。この点について運動方程式の残差を用いて検討した。

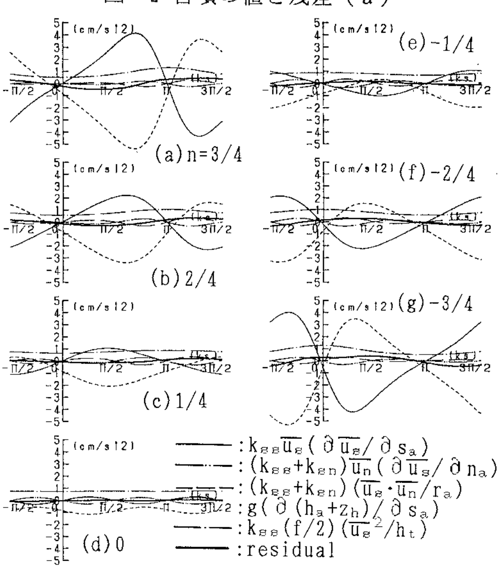
２．計算値　上流端における境界条件の相違による計算結果の違いについて、次のような方法によって検討している。水深平均流れ場における上流端の境界条件としては主流速の横断分布を与える。その与え方としては一つには実験的に得られた値を用いる。もう一つには一様な分布を仮定する。上流端としては 図－1のような蛇行流路の変曲点に相当する$ks=-\pi/2$の位置とする。主流速・二次流速・水深の計算には摂動法により、$u(=\overline{u_s}/V)=u_0+\varepsilon u_1+\varepsilon^2u_2+\varepsilon^3u_3$, $v(=\overline{u_n}/V)=v_0+\varepsilon v_1+\varepsilon^2v_2+\varepsilon^3v_3$, $h(=h_a/H_0)=h_0+\varepsilon h_1+\varepsilon^2h_2+\varepsilon^3h_3$・・・(1)と展開してそれぞれの次数を決めていく。その方法は、水深方向に平均した流れの連続式、縦断・横断方向の運動方程式を用いて線形解から求める。この場合、境界条件としては前述の上流端での条件の他に側壁面で二次流は０であるという条件と下流端における水深を横断方向に平均すると全体の平均水深（ $=H_0$）に等しいという条件を用いる。さらに微小部分の流量を横断方向に積分すると全体の流量に等しいという条件も用いる。摂動展開のパラメーターεとしては$\varepsilon=B_0/2/R$を用いる。B_0は水路幅でRは最小曲率半径である。このようにして求めた３次解を縦断方向の運動方程式の各項に代入してそれぞれのオーダーを求



図－1 蛇行流路



図－2 各項の値と残差（ａ）

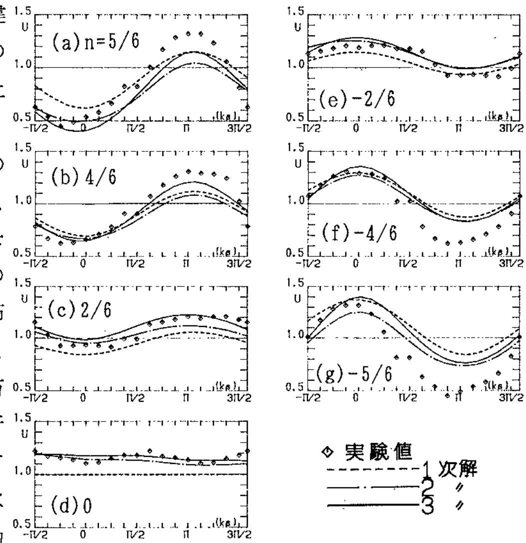


図－３ 各項の値と残差（ｂ）

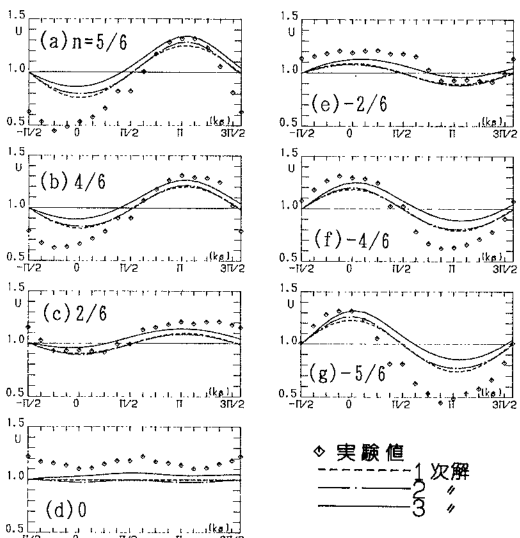
める。そして全ての項の値を加え合わせて０からの相違（＝残差）を計算する。この操作を上流端の境界条件のみを変えた二つの場合に適用してその結果を比較し、上流端の境界条件による計算結果の相違について検討し、考察している。蛇行流路としては最も典型的なθ_0=45°のSine-Generated Curve($\theta=\theta_0$sinks)に従う形状とする。実験水路としては、蛇行長L=2.48m、幅B_0=0.3mのものを使う。この水路に流量Q=1.96 ℓ/sの水を流し、上流端の水深平均流速の横断分布を求めると必ずしも一様な分布とはならない。図－4,5の測定値にも現れているように、左岸側で平均値より小さくて中央部でそれより大きく右岸側で平均値程度となる。このような分布形は別の蛇行流路の場合にも似たような形が得られることを確認している。これらの値を境界条件として、主流・二次流・水深の３次解を求める。その結果を用いて縦断方向の運動方程式の各項（第１～５）の値を計算して、横断方向の各位置（n=3/4～-3/4）における縦断分布で示すと図－２のようである。この図には各項の値の和（残差）も示されている。また上流端の境界条件として一様な分布を仮定して同様な計算結果を示すと 図－3のようである。なお縦断方向の運動方程式は式(2)のようである。

$$k_{ss}\overline{u_s}\frac{\partial \overline{u_s}}{\partial s_a} + (k_{ss}+k_{sn})\overline{u_n}\frac{\partial \overline{u_s}}{\partial n_a} + (k_{ss}+k_{sn})\frac{\overline{u_s}\cdot\overline{u_n}}{r_a} + g\frac{\partial}{\partial s_a}(h_a+z_h) + k_{ss}\frac{f}{2}\frac{\overline{u_s}^2}{h_t} = 0\cdots(2)$$

ここに、$\overline{u_s}$, $\overline{u_n}$はそれぞれ水深平均のs_a, n_a方向の流速（主流、二次流）、k_{ss}, k_{sn}は流速の水深方向への分布を考慮した係数である。



図－4 主流速度の分布（ａ）



図－5 主流速度の分布（ｂ）

３．実測値と考察 上流端の境界条件として実測値を用いて摂動法により計算した主流速の値を実測値と比較すると図－4のようである。これは横断方向の各位置（n=5/6～-5/6）における縦断分布を示している。この図の計算値としては３次解（実線）の他に、参考までに式(1)の２次まで採った２次解（一点鎖線）と１次解（点線）も示されている。実測値は四角で現されている。境界条件として一様分布を仮定した場合の同様な結果が図－5に示されている。式(2)における各項の和を計算した場合、図－2,3から明らかなように、上流端の境界条件として実測値を使ったときの方が、一様流速を仮定するときよりその残差が大きく出てくる。すなわち実測による上流端の流速分布は、解を求めるのに用いた連続式や運動方程式に必ずしも適応していないことになる。実測値が正確であるとすると基礎式の方で水深方向への平均化の際に誤差が入るか、或いは平均的な摩擦項の表示が適当ではないのかも知れない。

４．あとがき 蛇行流路における流れの水理量を境界条件として実測値を用いて計算して、元の基礎式の残差を求めると必ずしも小さくはない。したがって計算を行うに際しては、実測値と計算値との対応が良くなるように境界条件を決めると同時に、基礎式の残差が小さくなっていることに配慮しなくてはならない。すなわち、境界条件に最も適する基礎式を用いて計算しなくては誤差が大きくなる。