

II-221

跳水を含む流れと河床変動の数値計算

神戸市立工業高等専門学校 正会員 日下部 重 幸
 鳥取大学 工学部 正会員 道上 正 規
 鳥取大学 工学部 正会員 藤 田 正 治
 鳥取大学 工学部 正会員 檜 谷 治
 鳥取大学地域共同研究センター 正会員 宮 本 邦 明

1. はじめに

跳水を含む流れの解析にマッコーマック法が有力とされ注目されてきている¹⁾しかし、計算時の数値振動を抑えるため付加される人工粘性係数が経験的に決められているなど若干の問題点が残されている。

本報告は、配置された離散点の位置と跳水点との相対的な位置関係によってマッコーマック法の計算精度が異なることに着目して、最適な人工粘性係数について考察し、跳水を含む流れと河床変動の計算への適用性について検討したものである。

2. 解析方法

一次元開水路不定流の連続式、運動方程式および流砂の連続式を保存形式で表しマッコーマックスキームで解析する¹⁾。ただし、人工粘性項Dについては表-1に示される拡散型のものを用いた。

3. 最適な人工粘性係数

配置された離散点の位置と跳水点との相対的な位置関係によって、計算精度が異なることを示すため、次のような実験と計算を行った。水理条件は、流量3.91/s、水路幅0.4m、長さ5.4m、勾配1/50で、計算にはマンニングの粗度係数 $n=0.0097$ を用いた。跳水点を僅かにずらせるため下流端の水深を7.27cmから7.54cmまで設定した。この条件での跳水長 L は0.1m、上流側のフルード数は2.17であった。

図-1,2は、下流端水深 H_d が7.27cmと7.54cmに対する上流から3.6m付近の水面形を示したものである。ただし、 K_v には0,5,15を用いた。また、 $\Delta x=0.225$ mとしたので、この場合 $\Delta x/L=2.25$ である。計算値は跳水を含む水面形の実験値をほぼ再現しているが、配置された離散点の位置と跳水点との違いにより計算結果の傾向が異なっていることが分かる。すなわち、図-1では跳水上流側で K_v が大きいほど数値振動が小さいのに対し、図-2では K_v が小さいほど数値振動が小さい。

一般に、計算精度は K_v と Δx に依存することが知られているが、跳水位置にも関係することがこの図から示される。そこで、跳水点の位置を図-3の y で定義し、数値振動が $\Delta x/L$ 、 $K_v y/\Delta x$ によっていかに変化するかを調べた。数値振動は跳水上流側1.35m部分について実験値に対する計算値の分散 σ^2 で表した。図-4の実線は、 $\Delta x/L=2.25$ の場合の $K_v y/\Delta x$ による σ^2 の変化を表したものである。 $y/\Delta x=0.8$ のときは K_v を大きくすると σ^2 が小さくなり K_v の効果が見られるが、 $y/\Delta x=0.2$ のときは逆に K_v が不要であることが分かる。普通跳水はどこで起こるか分からないので、ある程度の精度を保証するためには $K_v \geq 5$ が必要である。一方、計算による跳水部の水面勾配 θ_c と実測の水面勾配 θ_o の比 θ_c/θ_o を示すと図-4の破線のように、 K_v を大きくすると水面勾配が小さく評価される。したがって、跳水の形をよりよく

$$D_i = K_{u_i} u_i (u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}) \Delta t / \Delta x \quad \text{--- (1)}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_v & 0 & 0 \\ 0 & K_v & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} Bh \\ Q \\ z_b \end{bmatrix} \quad \text{--- (2)}$$

ここに、 u_i : 摩擦速度、 h : 水深、 Δt : 計算の時間間隔、 Δx : 計算の距離間隔、 i : 流れ方向 x 軸上の点、 B : 水路幅、 Q : 流量、 z_b : 河床高、 K_v と K_z は流れと河床に対する人工粘性係数である。

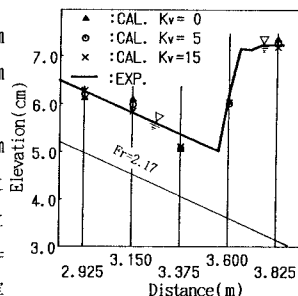
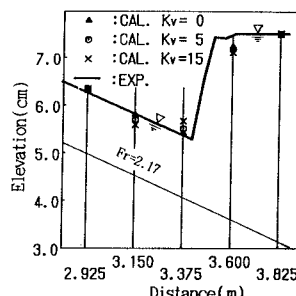
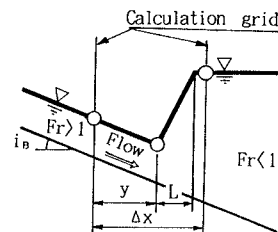
図-1 $H_d=7.27$ cmの水面形図-2 $H_d=7.54$ cmの水面形

図-3 跳水点の位置

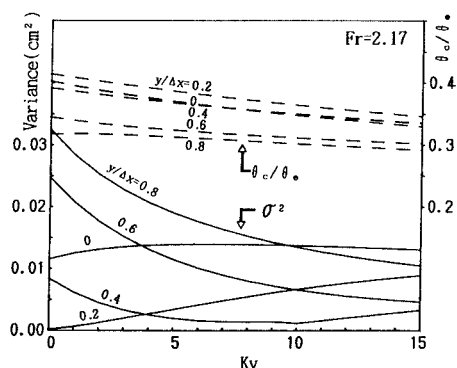
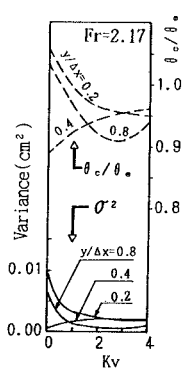
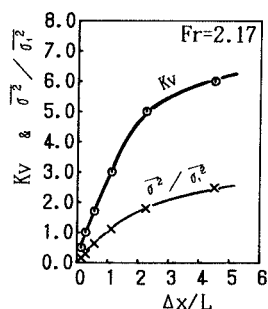

図-4 K_v による σ^2 と θ_c/θ_0 の変化($\Delta x/L=2.25$)

図-5 ($\Delta x/L=0.28$)


図-6 最適な人工粘性係数

評価するためには K_v をできるだけ小さくしたほうがよい。以上の2点から本水理条件に対する最適な K_v を評価すると $\Delta x/L=2.25$ の場合は $K_v=5$ となる。図-5は、 $\Delta x/L=0.28$ とした場合の結果で同様の考察から1が読み取れる。種々の Δx について同様に最適な K_v を求め、 $\Delta x/L$ との関係で示すと図-6のようになる。

また、 σ^2 の平均値 $\bar{\sigma}^2$ と $\Delta x/L=1$ における平均値 $\bar{\sigma}^2$ との比 $\bar{\sigma}^2/\bar{\sigma}^2$ も図-6に示す。これらの図より $\Delta x/L$ を小さくすると K_v は小さい値でもよく、 σ^2 の平均的な値も小さくなることが分かる。しかし、実用上 Δx の細分化には限度がある。

4. 貯水池内の流れと堆砂計算への適用

狭く部を有する長さ11mの水路で下流端水深 H_d を7.5~27cmの4段階にせき上げ、勾配1/32.5、流量3.94l/sで実験を行った。 $\Delta x=0.225$ m, $\Delta t=0.063$ s, $\Delta x/L=2$ に対し $K_v=5.0$ を用いて計算した結果は、図-7に示すように、実験値をよく再現している。また、同じ水路を用い勾配1/50、流量3.75l/s、砂の平均粒径1mm、給砂量13.9cm³/s、下流端水深 $H_d=16$ cmで堆砂の実験を行った。

計算では $\Delta x, \Delta t, K_v$ に先の固定床と同じ値を用い、 K_z については K_v と同じ5.0、1桁小さい0.1および0を用いてみた。通水時間120分の例を図-8に示す。 $K_z=5.0$ では、堆砂先端部で堆砂勾配が緩くなった。 $K_z=0.1$ ではほぼ実験値に近いものが得られた。 $K_z=0$ では25分で発散し、計算できなくなった。

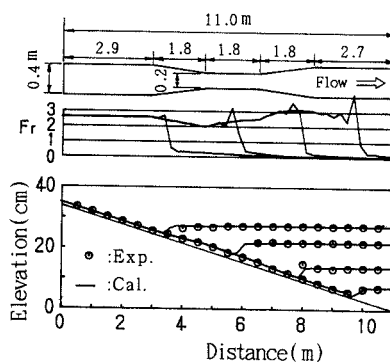
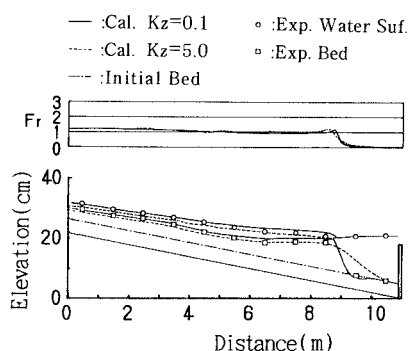
堆砂については、 K_z の求め方がまだよくつかめていないが、 K_v より1オーダー位小さい値が適当と思われる。

5. おわりに

跳水路を含む流れと河床変動の計算にマッコーマック法を適用する場合の、人工粘性係数の求め方について考察した。流れに対する人工粘性係数については従来経験的に用いられているものに近い値であり、実験結果ともよく一致しているのではあ妥当なものと考えられる。河床に対する適当な人工粘性係数の値については、まだ不十分で、今後検討する必要がある。

参考文献

- 岡部ら:MC法を用いた1次元開水路流れの数値計算法,徳大工学部研究報告No.38,PP25-33,1993


図-7 水面形の計算値と実験値
($\Delta x/L=2, K_v=5$ の例)

図-8 堆砂の計算値と実験値
($H_d=16$ cm, $t=120$ 分の例)