

徳島大学大学院 学生員 松井 義幸

徳島大学工学部 正 員 岡部 健士

徳島大学大学院 学生員 穴瀬 康雄

1. まえがき 山地河川においては、河床勾配や河幅が比較的短い区間内で急激に変化するために、常流と射流が混在する場合が多い。筆者らは、このような条件下における一様砂礫床の1次元河床変動の数値計算法として、不定流の方程式と流砂の連続式を MacCormack スキームで数値解析する方法を検討してきた¹⁾。本文では、それを混合砂の場合に拡張した結果を紹介する。

2. 計算モデルの概要 モデルに用いた基礎式は下記の(1)~(4)式である。(4)式の交換層の粒度分布変化の式を離散化すると、(5)式のように表現できるが、

ここで Δt 時間後の粒度分布 $P_j(t+\Delta t)$ は(6), (7)両式の条件を満たしていなければならない。しかし数値計算の過程では、これらの条件が常に満足されない恐れがある。そこで、以下においては、不合理な計算結果が生じた場合の修正法を考える。

① $P_j(t+\Delta t) < 0$ あるいは $P_j(t+\Delta t) > 1$ の場合

この場合には $P_j(t+\Delta t) = 0$, あるいは $P_j(t+\Delta t) = 1$ を満足するような時間ステップ Δt を求め、これを用いて計算をやり直せばよい。つまり、 $P_j(t+\Delta t) = 0$ すなわち、 $\Delta P_j = -P_j(t)$ のときには(8)式を、また $P_j(t+\Delta t) = 1$ すなわち、 $\Delta P_j = \{1 - P_j(t)\}$ のときには、(9)式を満足するような時間ステップを求めることになる。ここで、両式中の Δz は Δt に対応する河床変動量である。 Δz と Δt の間には(10)式の関係が成立するが、数値計算では既に Δt に対応する Δz が求まっているので、(11)式を用いることで(8)式から $P_j(t+\Delta t) = 0$, あるいは(9)式から $P_j(t+\Delta t) = 1$ となる Δt の値を決定することができる。最後に、(11)式で新たな Δz を求め(5)式を利用して各粒径階級の粒度分布を修正する。

② $\sum P_j(t+\Delta t) \neq 1$ の場合

(5)式を全粒径階級について合計し、 Δz が(10)式から算定されるとして変形すると、(13)式の関係式が得られる。したがって、 $\sum P_j(t) = 1$ と $\sum P_j^* = 1$ の関係が満足されていれば $\sum P_j(t+\Delta t) = 1$ も満足される。

3. 試行計算例 数値計算には、TVD型の人工粘性を付加した MacCormack 法による差分解析法が有効である。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\lambda}{1-\lambda} \frac{\partial}{\partial x} (Bq_B) \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) = gA \left(-\frac{\partial H}{\partial x} - I_f \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ z(1-\lambda)B \} + \frac{\partial}{\partial x} (Bq_B) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial P_j}{\partial t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\partial}{\partial x} (Bq_{Bj}) + \frac{P_j^*}{a} \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\Delta P_j}{\Delta t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\Delta(Bq_{Bj})}{\Delta x} + \frac{P_j^*}{a} \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (5)$$

ここに、 $\Delta P_j = P_j(t+\Delta t) - P_j(t)$
 A : 流積, Q : 流量, λ : 空隙率, B : 河幅, q_B : 単位幅流砂量, g : 重力加速度, H : 水位, z : 河床位, I_f : 摩擦損失勾配, a : 交換層厚, P_j : 交換層の粒度分布, q_{Bj} : 粒径別単位幅流砂量, P_j^* : $\partial z / \partial t \geq 0$ のときは $P_j^* = P_j$, $\partial z / \partial t < 0$ のときは $P_j^* = P_j^0$, ただし P_j^0 : 交換層直下の粒度分布
 $0 \leq P_j(t+\Delta t) \leq 1 \quad (6)$

$$\sum P_j(t+\Delta t) = 1 \quad (7)$$

$$\frac{-P_j(t)}{\Delta t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\Delta(Bq_{Bj})}{\Delta x} + \frac{P_j^*}{a} \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{1-P_j(t)}{\Delta t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\Delta(Bq_{Bj})}{\Delta x} + \frac{P_j^*}{a} \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{1}{B(1-\lambda)} \frac{\Delta(Bq_{Bj})}{\Delta x} + \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (10)$$

$$\Delta z / \Delta t = \Delta z / \Delta t \quad (11)$$

$$\frac{(\sum \Delta P_j)}{\Delta t} + \frac{1}{aB(1-\lambda)} \frac{\Delta(B \sum q_{Bj})}{\Delta x} + \frac{(\sum P_j^*)}{a} \frac{\Delta z}{\Delta t} = 0 \quad (12)$$

$$\sum P_j(t+\Delta t) = \sum P_j(t) - \frac{\Delta z}{a} \{ (\sum P_j^*) - 1 \} \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ aB(1-\lambda)P_j \} + \frac{\partial}{\partial x} (Bq_{Bj}) = -B(1-\lambda)P_j^* \frac{\partial z}{\partial t} \quad (14)$$

また、流砂量式には芦田・道上式、平均粒径の無次元移動限界掃流力に岩垣式を、粒径別無次元移動限界掃流力には修正 *Egiazaroff* 式を用いることにする。さらに *MacCormack* 法を適用する際には、(4)式を(14)式のような保存形に書き換えておく必要がある。計算条件としては、上流からの流入流量を3.5l/s、河床には図3に示す粒度分布を与え、交換層の粒度分布の初期条件も同様に設定した。また、計算の断面間隔は0.2mで給砂はないものとした。

一様粒径を用いた数値計算では、流れと河床変動の計算ともに *MacCormack* の2段階スキームを適用した場合に、安定した解が得られることが確認されている。そこで、当初(14)式の粒度分布の計算も *MacCormack* スキームに組み込み計算を行ったところ、計算結果に著しい数値振動が生じた(図1参照)。これは、粒度分布の変化は流下方向のみに伝播するという性質に反した計算方法によるものであろうと推測できる。そこで、粒度分布の計算だけを後退差分により計算するようにしたところ、数値振動は完全に除去された。図2は各断面の平均粒径の縦断分布を示している。また、図3は交換層の粒度分布の時間変化である。これらの図より、今回のモデルが粒度分布変化の計算についても、安定した結果が得られることが確認される。

4.あとがき 以上、常・射流混在流れによる混合砂礫床の1次元河床変動モデルに対する、計算法を提案しその有用性を示した。今後は、実験を通して適合性の定量的検討を行うとともに、一部固定床区間を含む場合へも適用できるモデルに発展させていきたい。

【参考文献】 1)岡部・山下・松井：不侵食床の露出を伴う1次元河床変動の数値計算法、第46回中四支部研究発表会、PP154-155, 1994.

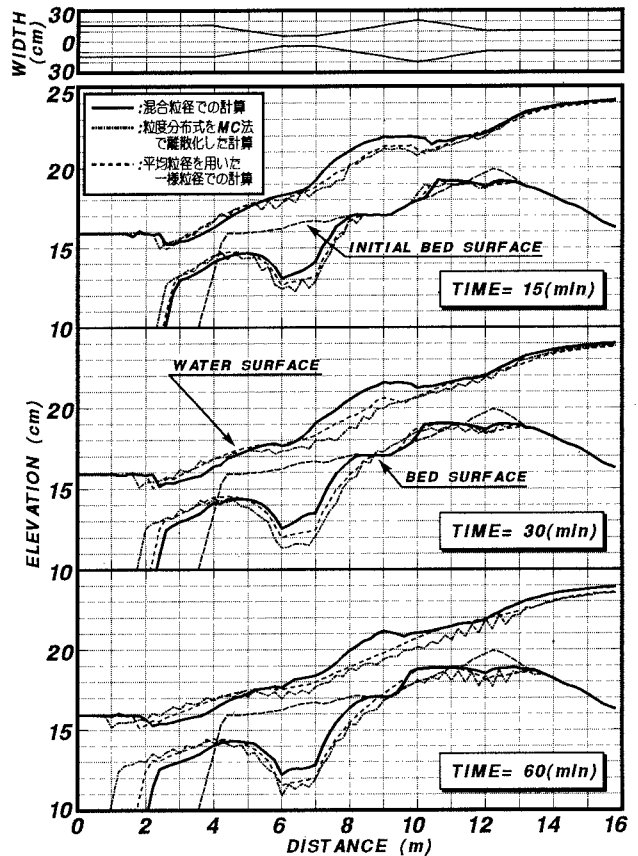


図1 河床位と水位の縦断形状

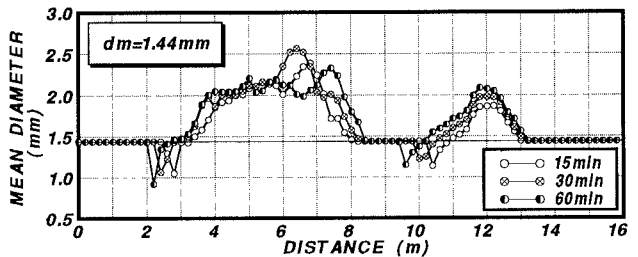


図2 平均粒径の縦断分布図

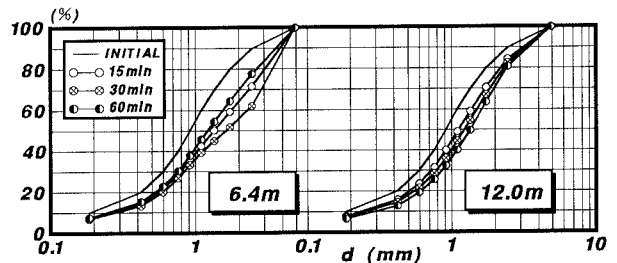


図3 交換層の粒度分布