

固定床上における流砂機構に関する研究

立命館大学大学院 学生員 吉栖雅人

立命館大学理工学部 正会員 江頭進治

1. はしがき 人工的な土砂輸送の問題に関連して、固定壁面を有する水路における流砂現象の解明は重要である。本研究においては、勾配の急な固定床上における砂の移動形態と流砂量式について検討をする。

2. 砂の移動形態

流れの場を図1のように模式化する。砂の全移動層厚を h_s とし、外力 τ とクーロン型の降伏応力 τ_y がいずれも直線的に分布するものとする。外力から降伏応力を差し引いたものが流動応力である。いま、砂と砂、砂と固定床との摩擦角をそれぞれ ϕ_s 、 $\phi_{sb} (< \phi_s)$ とする。 $z=h_p$ においては外力と降伏応力が釣り合っており、 $z=h_p$ より上層においては、砂層内部に流動

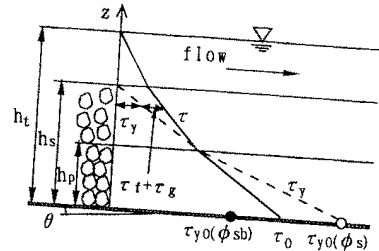


図1 流れの模式図

応力が存在するため Shear flow が形成される。一方、 $z=0$ における外力 τ_0 と降伏応力 τ_{y0} が図のように位置した場合、 $0 < z < h_p$ に流動応力は存在しないが、 $z=0$ において、 $\tau_0 > \tau_{y0}(\phi_{sb})$ となるため、底面で滑りが起こり $0 < z < h_p$ の領域は Plug flow になる。ここで、上層の Shear flow の領域に江頭らの提案する応力¹⁾を用いると、二次元等流の運動量保存則は次のようになる。

$$\int_z^{h_s} \rho \{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \} g \sin \theta dz + \int_{h_s}^h \rho g \sin \theta dz = \left\{ \int_z^{h_s} \rho (\sigma/\rho - 1) c g \cos \theta dz - p_d(z) \right\} \tan \phi_s + \tau_f(z) + \tau_g(z) \quad \dots (1)$$

ここに、 σ は砂の密度、 ρ は水の密度、 c は掃流砂層での砂の体積濃度、 g は重力加速度

上式において τ_f に江頭・芦田らの式¹⁾、 τ_g, p_d に宮本の式²⁾を適用する。

$$\tau_f = k_f \rho \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2, \quad \tau_g = k_g \sigma (1-e^2) c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2, \quad p_d = k_g \sigma e^2 c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad \dots (2)$$

k_f, k_g は実験常数で d は砂の粒径である。式(1)において $z=h_p$ と置けば $\tau_f(h_p)=0$ 、 $\tau_g(h_p)=0$ 、 $p_d(h_p)=0$

であるから、Plug 層厚は h_s/h_t の関数として次のように求める。

$$h_p/h_t = (cah_s/h_t - \tan \theta) / (ca - \tan \theta) \quad \dots (3)$$

また、Plug flow の形成領域は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} 1. \quad \frac{\tan \theta}{ca} < \frac{h_s}{h_t} < \frac{ca + (c_* - c)\beta - \tan \theta}{c\beta(c_*\alpha - \tan \theta)} \tan \theta \\ 2. \quad \tan \theta < \frac{c_*(\sigma/\rho - 1)}{c_*(\sigma/\rho - 1) + 1} \tan \phi_{sb} \end{aligned} \right\} \quad \dots (4)$$

ここに $\alpha = (\sigma/\rho - 1)(\tan \phi_s - \tan \theta)$ 、 $\beta = (\sigma/\rho - 1)(\tan \phi_{sb} - \tan \theta)$

c_* は Plug 層での砂の体積濃度である。図2は条件式(4)をもとにした固定床上における砂の移動形態の領域区分と実験データを比較したものである。本実験においてはエンビとガラス板を固定床として用い、移動

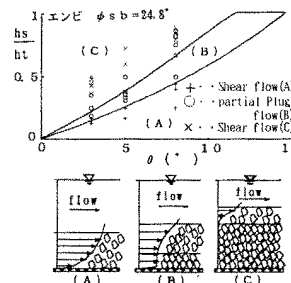


図2 砂の移動形態の領域区分図

形態の判定は目視及びビデオ撮影によって行った。式(4)の条件1における上限値は下層が動かなくなる限界を意味し、図1において $\tau_0 = \tau_{y0}(\phi_{sb})$ を表す。また条件1の左側の不等号を等号にしたものは図1において $\tau_0 = \tau_{y0}(\phi_s)$ を表し、砂層全体が Shear flow になるときの最大層厚意味する。砂の層厚が増加していく向

きに現象を見ると、領域Aでは砂層全体が Shear flow を形成し（ $\tau_{y0}(\phi_s) < \tau_0$ ），領域Bでは局所的に Plug flow が形成され（ $\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_0 < \tau_{y0}(\phi_s)$ ），領域Cでは通常の移動床上の Shear flow（ $\tau_0 < \tau_{y0}(\phi_{sb})$ ）となる。図3は、各領域における流速分布を実験結果をもとに描いたものである。それぞれの分布形から、図2に示した移動形態が実際に存在することが確認された。

3. 流速分布

式(1)を積分すれば、 $z < h_s$ における流速分布が得られる。

$$\frac{u}{\sqrt{gh_i}} = \frac{2}{3} \frac{A_1}{A_3} \left[\frac{A_2}{A_1} - \frac{A_3}{A_1} \left(\frac{h_s}{h_i} - \frac{z}{h_i} \right) \right]^{3/2} + \frac{u_p}{\sqrt{gh_i}} \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに $A_1 = f_f + f_g - f_d \tan \phi_s$, $f_f = k_f(1-c)^{5/3}/c^{2/3}$, $f_g = k_g(\sigma/\rho)(1-e^2)c^{1/3}$, $f_d = k_d(\sigma/\rho)e^2c^{1/3}$
 $A_2 = (1-h_s/h_i)(h_i/d)^2 \sin \theta$, $A_3 = [(\sigma/\rho-1)c \tan \phi_s - \{(\sigma/\rho-1)c+1\} \tan \theta] \cos \theta (h_i/d)^2$, u_p は Plug 層の流速である。ここで Plug 層と路床との間に粘性底層 δ_s が形成されるものとし、 $u_* = \sqrt{(\tau_0 - \tau_{y0}(\phi_{sb}))/\rho}$ として $u_* \delta_s / \nu = 11.6$ を適用すれば、 u_p は次のように求められる。 $u_p/U_* = 11.6 U_* B^{1/2} \dots \dots \dots (6)$

ここに、 $B = (1 - \tan \phi_{sb} / \tan \theta)(\sigma/\rho-1)\{(c_*-c)h_p/h_i + ch_s/h_i\} + 1$, $U_*^2 = gh_i \sin \theta$

4. 流砂量式

単位幅流砂量は $q_b = \int_0^{h_p} u_p c_s dz + \int_{h_p}^{h_s} u c dz$ で与えられる。ここで h_p について式(3)を、 u については式

(5)を、 u_p については式(6)を適用すると全流砂量は、 $\Phi = \frac{4}{15} T_1 (1-h_s/h_i)^{5/2} \tau_*^{5/2} + T_2 \tau_*^2 \dots \dots \dots (7)$

ここに、 $T_1 = \frac{c}{A_1^{1/2}} \frac{1}{(ca - \tan \theta)^2} \left(\frac{\sigma/\rho-1}{\cos \theta} \right)^2$, $T_2 = B \frac{\delta_s \sqrt{gd}}{\nu} \frac{(\sigma/\rho-1)^{3/2}}{\sin \theta} \left\{ c_* - c \frac{c_* \alpha - \tan \theta}{ca - \tan \theta} (1-h_s/h_i) \right\}$

$\tau_* = h_i \sin \theta / \{(\sigma/\rho-1)d\}$ である。図3は式(7)と実験データとの比較である。固定床上を流れ得る流砂量は unique に定まらず、図に示されるような範囲として与えられる。流砂量の最大値は、図2において h_s/h_i が領域Aと領域Bとの境界線にあるときに与えられ、流砂量の最小値は h_s/h_i が領域Cと領域Bとの境界線にあるときに与えられる。実験データはほぼこの最大値より下に位置し、また好意的に見れば領域A、Bの境界付近の流れが最大流砂量を与えている。

5. 結論

勾配の急な固定床上における砂の移動形態には、Shear flow の場合と、局所的に Plug flow が存在する場合とがある。固定床上を流し得る流砂量は、ある範囲を持ち、領域A（図2）の最大移動層厚に対する流砂量が最大流砂量となり、Plug 層の形成に伴い Plug 層が厚くなるにつれ、流砂量は減少する。流し得る流砂量の範囲は、 ϕ_{sb} と ϕ_s との違いに起因し、これらの差が小さくなるほど幅は狭くなる。

参考文献

- 1) 江頭進治・芦田和男・矢島啓・高濱淳一郎：土石流の構成則に関する研究，京大防災研究所年報，32号B-2, 1989, PP. 487-501
- 2) 宮本邦明：Newton流体を含む粒子流の変動機構に関する研究，立命館大学学位論文，1985, pp. 39-72

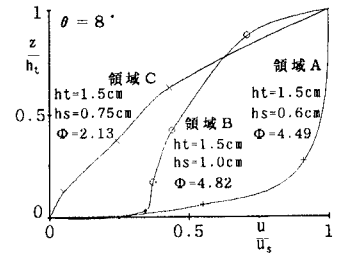


図3 各移動形態における流速分布

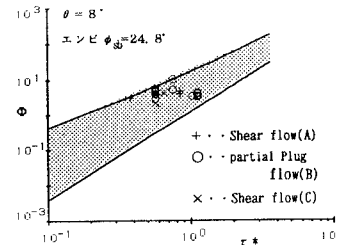


図4 固定床上における流砂量