Ⅱ－202

混合粒径の流砂量

立命館大学大学院　学正員　松田　浩一
立命館大学理工学部　正会員　大同　淳之

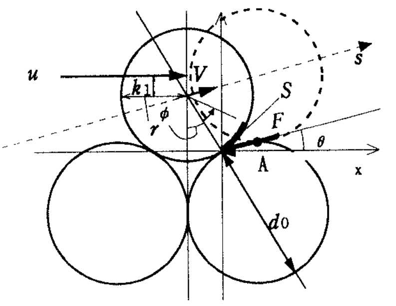
1. はじめに

混合粒径の流砂量を算定する過去の研究は、対象とした粒径範囲が狭く、結果として代表粒径が平均粒径で表せる結果になっている。実際河川、とくに急流河川において、そこに発生した流れの摩擦速度を推算すると、河床の最大径の限界掃流力に相当する摩擦速度を少し上回る程度となる場合が多い。このようなケースでは、最大径とそれ以下の粒径とでは砂礫の移動形態が異なる。幅広い範囲の粒径を対象にした混合粒径の流砂量は、移動確率と移動距離に流れの規模と粒径の相対的な大きさの違いを導入する必要がある。本文はこのうち移動確率について述べる。

2. 移動確率の推定

(1)砂礫の河床からの離脱過程

河床からの離脱過程を図－1 のような回転モデルで考える。現象に関係する量は、流体力、粒径、及び摩擦角である。砂礫が離脱するまでの過程を離脱するために必要な回転する距離$S_c(=r\phi_c)$で表し、結果的には、砂礫が離脱するまでに回転する角度ϕ_cによって河床面の移動の難易を表現する。砂礫の離脱過程の運動方程式を図－1 のモデルから表すと以下の式になる。



図－1　砂礫の転動モデル

$$M\frac{d^2S}{dt}=C_D\frac{\rho}{2}\pi r^2\left(u-V\cos\theta\right)^2-\left(M-M'\right)g\sin\theta-F+C_L\frac{\rho}{2}\pi r^2\left(u-V\cos\theta\right)^2\sin\theta \qquad (1)$$

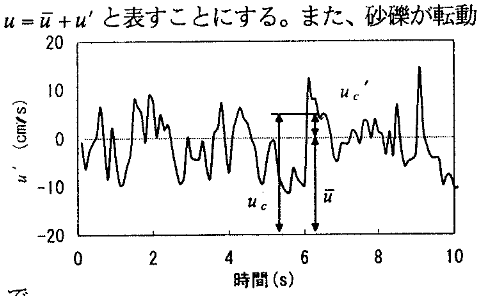
$$I=\frac{d\omega}{dt}=C_D\frac{\rho}{2}\pi r^2\left(u-V\cos\theta\right)^2\cdot k_1+rF \qquad (2)$$

ここで、C_Dは抗力係数、C_Lは揚力係数、D_0は河床の平均粒径、rは粒径の半径で、$2r=D$とおく。VはS方向の砂礫の移動速度、uはX方向の流速、Fは接触面の摩擦力、k_1は抗力の作用点の中心からの距離で、砂礫の頂部の流速をu_1、底部の流速をu_2とすると、$k_1=2r/(u_2-u_1)/8(u_2+u_1)$と表される。平均流速を$\bar{u}$、変動流速を$u'$とすると、実際の流速$u$は図－2 から、$u=\bar{u}+u'$と表すことにする。また、砂礫が転動を開始するときの流速u_cは式(1)の左辺を 0 とおいて、

$$u_c=\sqrt{\frac{4dgs(\tan\phi-\tan\theta)}{3(C_D+C_L\tan\theta)}} \qquad (3)$$

$\bar{u}$は対数則で表され、流速の作用点の高さでは、

$$\bar{u}=u_*\left(A_r+5.75\log\frac{D/2+k_1}{k_s}\right) \qquad (4)$$



図－2　流速と時間の関係

で表される。式(3)と式(4)の大きさを比較すると、勾配 1/20 で 0.25 以上では常に$u_c>\bar{u}$である。したがって、流速が$\bar{u}$をこえてu_cになったとき砂礫が回転を始める。図－1 の A 点を乗り越えるためには、Sだけ回転を続ける必要がある。これに要する時間t_cを求めるため、砂礫が離脱するためにはu_c以上の流速がt_c以上継続しなければならないという考え、つまり、$\int_0^{t_c}u(t)dt$の流速が砂礫に働いて、砂礫が離脱するという考えから、動き始めの砂礫の速度は極めて小さいとして、特定の変動速度を対象に、砂礫に作用する流速を、

$$u - V\cos\theta = \bar{u} + \gamma\sin\beta t \tag{5}$$

とおく。β は $\beta = 2\pi/\bar{T}$ で $\bar{T}$ は流速の平均周期とした。γ は最大変動速度である。式(1)、式(2)および式(5)を用いて、t_c、D、ϕ_c の関係を表すと、

$$\beta^2\phi_c D^4(14\gamma - 4\rho) = 15\rho\gamma D_0\left\{C_D\left(D\cos\frac{\phi_c}{2} + k_1\right) + DC_L\sin\frac{\phi_c}{2}\right\}\left\{2\bar{u}(\beta t_c - \sin\beta t_c) + \frac{\gamma}{3}\left(\beta t_c - \frac{1}{4}\sin^4\beta t_c\right)\right\} \tag{6}$$

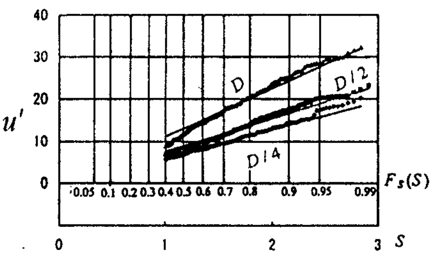
となる。これより、ϕ_c、D が与えられたとき、砂礫が離脱するために必要な継続時間 t_c が求められる。よって、一つの砂礫が離脱するために必要な $\int_0^{t_c} u(t)dt$ は次のように表される。

$$\int_0^{t_c}(\bar{u} + \gamma\sin\beta t)dt \tag{7}$$

(2) 変動流速の大きさ

流れの中の変動速度の分布を調べるため、粒径 D=13.1mm と 7.92mm の砂礫を河床に敷き、河床から高さ z=3.3, 6.5, 13.1mm の位置で流速を測定した。実験の結果、図−3のように流速の最大変動速度の分布はレイリー分布で表せられ、偏差が z の関数になることが示された。故に砂礫が転動するために必要な流速の変動速度 u_c 以上が発生する確率 p_{01} は、

$$p_{01} = 1 - \int_0^{H_c}\frac{\pi}{2}\frac{H}{H_c}\exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{H}{\bar{\bar{H}}}\right)\right]dH = \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{H_c}{\bar{\bar{H}}}\right)^2\right] \tag{8}$$



図−3 変動流速の超過確率

となる。ここで、$H_c = 4u_c - 6\bar{u}$ である。$\bar{\bar{H}}$ は流速の変動流速×2 の平均であり、z の関数として表される。

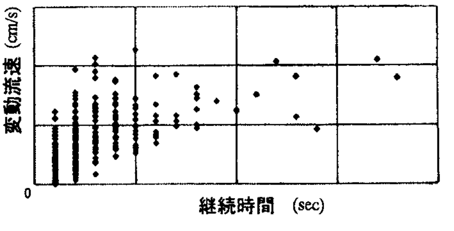
(3) 変動流速の継続時間

変動流速とその継続時間の関係を実際の実験から調べた結果、図−4のようになり、変動流速とその継続時間には完全な相関はないと思われる。この場合、流速の周期もレイリー分布で表されるとすると、t_c 以上の継続時間が発生する確率 p_{02} は次のようになる。

$$p_{02} = 1 - \int_0^{2t_c} 2.7\frac{T^3}{\bar{\bar{T}}^4}\exp\left[-0.675\left(\frac{T}{\bar{\bar{T}}}\right)^4\right]dt \tag{9}$$

ここで、$\bar{T}$ は u_c、$\bar{u}$、D よって決定される平均周期である。したがって、砂礫が離脱するために必要な、変動流速 u_c 以上が t_c 以上継続するという確率 p_0 は次のようになる。

$$p_0 = p_{01} \times p_{02} \tag{10}$$



図−4 変動流速とその継続時間の関係

(5) 砂礫の pickup rate

砂礫を離脱させるような $\int_0^{t_c} u(t)dt$ がある一定時間 T_a 内に存在する個数は式(10)から、$p_0\cdot\bar{u}T_a$ と表される。よって、ある一定時間 T_a で離脱する砂礫個数は式(7)より、$p_0\cdot\bar{u}T_a / \int_0^{t_c}(\bar{u}+\gamma\sin\beta t)dt$ と表され、全体の時間で考えると pickup rate p_s は次のように表される。

$$p_s = p_0 / \int_0^{t_c}(\bar{u} + \gamma\sin\beta t)dt \tag{11}$$

3 おわりに

混合粒径の流砂量を求めるために、砂礫の粒径 D の違いによる移動の難易を摩擦角で表し、砂礫の移動確率は u_c 以上の流速が t_c 以上継続する確率で表されることを述べた。今後、この移動確率の検討を深め、移動距離を明確にし、これと摩擦角の分布とを結び付け、混合粒径の流砂量に結びつけたいと考えている。