

異なる粒径・露出比の球の離脱限界

武蔵工業大学 正員 王 方一

1. まえがき

水路底に配列される球列と異なる径の球が種々の比率で露出しているときの離脱限界の式と計算法を示し、密に配列された底球の3個の上に載せた種々の径の1球に関する実験値で検証する。

2. 計算式

下流側の2底球(直径 d_b)と接触し、任意の露出比 $\eta_i = S_{ei}/d_i$ (Fig.1)の1球(d_i)の離脱限界式は粒径比 $r_D = d_i/d_b = 1$ の場合(Ref.1)と同じ記号(添字 i を追加)を用い、釣合式

$$F_{D\max i} \cdot e_{1Ai} + F_{L\max i} \cdot e_{2Ai} + W_{xi} \cdot e_{1i} - W_{zi} \cdot e_{2i} = 0 \quad \cdots (a)$$

より $\tau_{c\delta fi} = (\mu_i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha) / \{(3/4) \cdot (u_{o1i}/u_{*ci})^2 \cdot C_{D1i} \cdot (e_{1Ai}/e_{1i}) \cdot G_{Ai}' \cdot (1+n_{D1i} \cdot C_{vD1i})\} \cdots (b)$ を得る。ここに $C_{D1i} = F_{D1i} / \{(1/2) \cdot \rho \cdot u_{o1i}^2 (\pi/4) \cdot d_i^2\}$, $u_{o1i}/u_{*ci} = 8.5 + 5.75 \log(Z_{1i}/d_b)$, $Z_{1i} = a \cdot d_b + 0.5d_i$, $G_{Ai}' = k_{Di}' \cdot k_{Di} + \mu_{Ai}' \cdot k_{Li}' \cdot k_{Li}'$, $k_{Di}' = F_{Di}'/F_{D1i}$, $k_{Li}' = F_{Li}'/F_{D1i}$, $k_{Di}' = (1+n_{Di}' \cdot C_{vD1i}) / (1+n_{D1i} \cdot C_{vD1i})$, $k_{Li}' = (1+n_{Li}' \cdot C_{vD1i}) / (1+n_{D1i} \cdot C_{vD1i})$, $C_{vD1i} = \sigma_{Di}'/F_{Di}$, $C_{vD1i} = \sigma_{Li}'/F_{Li}$, $\mu_{Ai}' = \tan \phi_{Ai} = e_{2Ai}/e_{1Ai}$, $e_{2Ai} = e_{2i} + \delta_{Li}$, $e_{1Ai} = e_{1i} + \delta_{Di}$, $\mu_i = \tan \phi_i = e_{2i}/e_{1i}$, $\tau_{c\delta fi} = u_{*ci}^2/g \cdot s' \cdot d_i$, $u_{*ci}^2 = g \cdot h_{ci} \cdot \sin \alpha$, $h_{ci} = h_{oi} + a \cdot d_b$, $s' = (s-1)$, $s = \rho_s/\rho$, r_D , μ_i , η_i および ϕ_i の間には $\phi_i = 90 - \beta_i$, $\sin \beta_i = (2\eta_i \cdot r_D + 1 - r_D)/(r_D^2 + 2r_D)^{1/2}$, $\eta_i = S_{ei}/d_i = \{(r_D^2 + 2r_D)^{1/2} \cdot \sin \beta + r_D - 1\}/2r_D$ などの関係が成り立つ。

3. 計算式の変形

3.1 作用線の球心からのずれ(添字 δ)、流れの変動(添字 f)を無視する場合:

$\tau_{c\delta i} = (\mu_i \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha) / \{(3/4) \cdot (u_{o1i}/u_{*ci})^2 \cdot C_{D1i} \cdot G_i\} \cdots (c)$, ここに $G_i = k_{Di} + \mu_{Ai} \cdot k_{Li}$ を得る。従って式(b)は $\tau_{c\delta fi} = \tau_{c\delta i}/K_{\delta fi} \cdots (b-2)$ にも書ける。ここに $K_{\delta fi} = (e_{1Ai}/e_{1i}) \cdot (G_{Ai}'/G_i) \cdot (1+n_{D1i} \cdot C_{vD1i})$ 。

3.2 流れの変動を無視する場合:

$\tau_{c\delta i} = \tau_{c\delta i}/K_{\delta i} \cdots (d)$ となる。ここに $K_{\delta i} = (e_{1Ai}/e_{1i}) \cdot (G_{Ai}'/G_i)$, $G_{Ai}' = k_{Di}' + \mu_{Ai}' \cdot k_{Li}'$ 。従って $\tau_{c\delta fi} = \tau_{c\delta i}/K_{\delta i} \cdot K_{\delta fi} \cdots (b-3)$ にも書ける。ここに $K_{\delta fi} = (G_{Ai}'/G_{Ai}) \cdot (1+n_{D1i} \cdot C_{vD1i})$ 。明らかに $K_{\delta fi} = K_{\delta i} \cdot K_{\delta fi}$ 。

3.3 作用線の球心からのずれを無視する場合:

$\tau_{c\delta fi} = \tau_{c\delta i}/K_{fi} \cdots (e)$, ここに $K_{fi} = (G_i'/G_i) \cdot (1+n_{D1i} \cdot C_{vD1i})$, $G_i' = k_{Di}' + \mu_{Ai}' \cdot k_{Li}'$ 。また $\tau_{c\delta fi} = \tau_{c\delta i}/K_{fi} \cdot K_{f\delta i} \cdots (b-4)$ にも書ける。ここに $K_{f\delta i} = (e_{1Ai}/e_{1i}) \cdot (G_{Ai}'/G_i)$ 。明らかに $K_{\delta fi} = K_{fi} \cdot K_{f\delta i} = K_{\delta i} \cdot K_{\delta fi}$ 。

以上の諸表示を $r_D = 1$, $d_i = d_b = d$ とし、添字を省略すれば前報(Ref.1)の諸式と一致する。

4. 計算法

4.1 $\eta_i > 0$ の場合

$r_D = 1$ の場合, $k_L = 0.34\eta + 0.13 (0 < \eta \leq 0.5)$, $= 0.3 (0.5 < \eta \leq 0.8)$, $= -2\eta + 1.9 (0.8 < \eta \leq 1.0)$;
 $e_{1A}/e_1 = 0.99\eta^{0.44} (0 < \eta \leq 0.4)$, $= 1.14\eta^{0.22} (0.4 < \eta \leq 1)$; $\mu_A/\mu = 1.03\eta^{0.44} (0 < \eta \leq 0.2)$, $= 0.91\eta^{0.36} (0.2 < \eta \leq 0.8)$,
 $= 6.81\eta^{1.97} (0.8 < \eta \leq 0.866)$ 以外, Ref.1と同じ式を用いて得た結果より経験式: $K_{\delta f} = 1.6\eta + 2.23 (0 < \eta \leq 0.2)$,
 $= -0.78\eta + 2.71 (0.2 < \eta \leq 0.816) \cdots (1)$ を得る。さらに近似式として $K_{\delta} \doteq 1.2$, $K_f \doteq 2.0$,
 $K_{\delta f} \doteq K_{\delta} \cdot K_f = 2.4 \cdots (2)$ を得る。以下、式(1)と(2)は $r_D \neq 1$ の場合にも成立すると仮定し、
 $K_{\delta fi} = 1.6\eta_i + 2.23 (0 < \eta_i \leq 0.2)$, $= -0.78\eta_i + 2.71 (0.2 < \eta_i \leq 0.816) \cdots (3a)$ または $K_{\delta fi} \doteq 2.4 (0 < \eta_i < 0.816) \cdots (3b)$
を用いて $\tau_{c\delta fi} = \tau_{c\delta i}/K_{\delta fi}$ の計算法を示す。この場合、 $k_{Di} = a_{Di} \cdot \eta_i + b_{Di}$, $b_{Di} = -0.16r_D + 0.23$, $a_{Di} = 1 - b_{Di} \cdots (4)$,
 $k_{Li} = a_{Li} \cdot \eta_i + b_{Li}$, $b_{Li} = -0.04r_D + 0.17 \cdots (5)$, $C_{D1i} = 0.7 (1 - 0.53\eta_i) \cdots (6)$ を用いる。

4.2 $\eta_i \leq 0$ の場合

$k_{Di} = 1/[1 + m_{Di} \cdot \exp(-m_{Di} \cdot \eta_i)]$, $m_{Di} = (1/b_{Di}) - 1$, $m_{Di}' = 3r_D \cdots (7)$; $k_{Li} = 1/[1 + m_{Li} \cdot \exp(-m_{Li} \cdot \eta_i)]$,
 $m_{Li} = (1/b_{Li}) - 1$, $m_{Li}' = 3r_D \cdots (8)$; $K_{\delta fi} = 1 + (K_{\delta fi0} - 1) \exp(-m_{\delta fi}' \cdot \eta_i)$, $m_{\delta fi}' = 3r_D \cdots (9)$, $C_{D1i} = 0.7 \cdots (10)$,
ここに $K_{\delta fi0}$ は $\eta_i = 0$ のときの $K_{\delta fi}$ を表し、式(3a)と(3b)を用いるとき、それぞれ2.23と2.4となる。
 $\eta_i = (1/2)(1 - r_D^{-1}) = \eta_{i*}$ になれば $\mu_i = \infty$ となり $\eta_i < \eta_{i*}$ では $\mu_i = \infty = \text{const.}$ として(c)式を幾分変形した式を用いる(d_i 球の下流側縁が下流側球の上流側頂点と接触しながら上下できると仮定して)。

5. 実験値による検証：

$d_b = 2.5 \text{ cm}$, $d_i = 2.86 \sim 0.66 \text{ cm}$, $s = 2.3 \sim 2.59$, $i = 1/60$ の球を使い、Fig.2に示すような3点接触様式に関する実験値（Ref.2）はFig.3に△印で示す。この場合 $\mu_{3i} = 1/(3r_D^2 + 6r_D - 1)^{1/2}$, $\eta_{3i} = \{(1/\sqrt{3} \cdot \mu_{3i}) + r_D - 1\}/2r_D$ の関係があり、 $r_D = 0.333$ のとき $\eta_{3i} = 0$ である。計算では k_{Li} の式で $a_{Li} = 0$, $i = 1/60$ を用いた。(3a)式の $K_{\delta fi}$ を用いる場合： $\eta_i \leq 0.333$ で(10)式の C_{D1i} によるときの結果は曲線 a （実線）、 $\eta_i > 0.333$ で(6)式の C_{D1i} によるときは曲線 a_2 （実線）で示す。また比較のため $\eta_i > 0.333$ で(10)式の C_{D1i} を用いたときは曲線 a_2' で示す。(3b)式の $K_{\delta fi}$ を用いる場合：Fig.3で破線 b_1 （式(10)の C_{D1i} ）、 b_2 （式(6)の C_{D1i} ）および b_2' （式(10)の C_{D1i} ）で示す。

6. むすび

計算値はかなり実験値に接近しているが経験係数の値はさらに改善する必要がある。

- 参考文献 (1)王：異なる露出の球に作用する流体力と離脱限界，土木学会第49回年次学術講演会概要集，2-A，II-275，550-551，1994-9。
(2)柘植・永久保・富張：異なる球径の球の離脱限界に関する実験，武蔵工業大学卒業研究，1979-3。

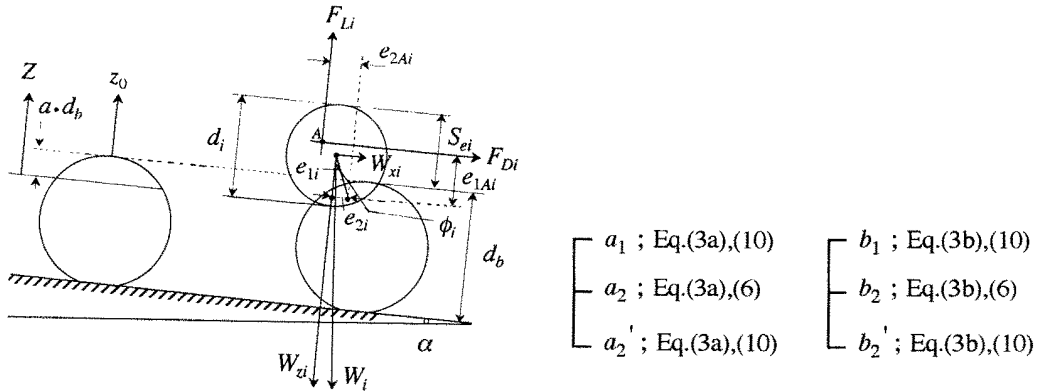


Fig.1 球に作用する諸力

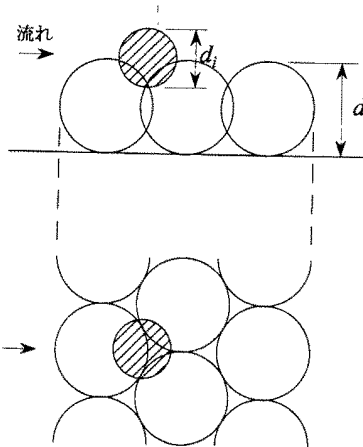


Fig.2 密着3球上に載せた異なる球径の1球

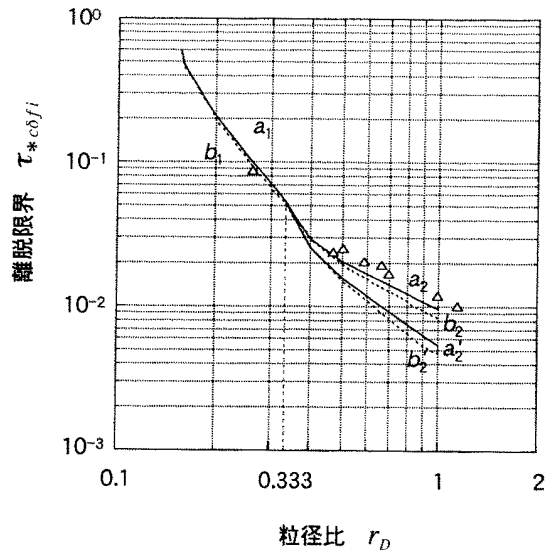


Fig.3 球径比と無次元離脱限界値