

金沢工業大学工学部 正会員 山坂昌成

金沢工業大学大学院 学生員 ○能澤祐明

1. はじめに 河川の湾曲部では遠心力と圧力の横断勾配の不均衡により、二次流を生じる。この二次流による運動量の横断方向への輸送が主流速の鉛直分布を変化させたり、外岸域の主流速を増加させるような、主流と二次流の間で複雑な相互作用を及ぼしあう。二次流速分布は主流速の2乗の鉛直分布に大きく支配され、二次流による運動量輸送が主流速に及ぼす影響は主として、主流速×二次流の鉛直分布に依存する非線形関係にあるので、このような現象を解析的に扱い、主流速分布、二次流速分布について厳密な解析解を求めることは不可能に近い。本研究ではこの点に鑑み、解析を線形までの範囲とし、重み付き残差法を用いた近似解法により、一様湾曲流路における二次流の分布とこれに伴う主流速の再配分の計算を試みる。

2. 運動方程式と境界条件 本研究では、一定渦動粘性係数を仮定する。また、固定境界における境界条件を線形（境界せん断応力と境界流速が比例）とした解析を行うことにする。図1のような一定曲率 ν 〔= $(\tilde{B}/2)/\tilde{r}_0$ 〕の一様湾曲流路において、流下方向の無次元流速 u を直線流路での無次元流速 u_0 からの摂動で $u = u_0 + \nu u_1$ と表し、同様に横断方向の無次元流速 v も $v = 0 + \nu v_1$ と表し、圧力の静水圧分布を仮定すると運動方程式、境界条件は以下ようになる¹⁾。

運動方程式

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial z^2} + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 u_0}{\partial n^2} = -\frac{Re \varepsilon}{F_r^2} i_0 \quad \cdots(1)$$

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 v_1}{\partial n^2} = -\frac{Re \varepsilon}{\beta} \left(u_0^2 - \frac{1}{F_r^2} \frac{d \xi_1}{d n} \right) \quad \cdots(2)$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial n^2} = Re \varepsilon \left(\frac{i_0}{F_r^2} n + \frac{1}{\beta} v_1 \frac{\partial u_0}{\partial n} \right) - \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial u_0}{\partial n} \quad \cdots(3)$$

境界条件

$$\text{水面: } \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad \cdots(4.a, b)$$

$$\text{底面: } u = \chi_b \frac{\partial u}{\partial z}, \quad v = \chi_b \frac{\partial v}{\partial z} \quad \cdots(5.a, b)$$

$$\text{側面: } u = \pm \chi_s \frac{\partial u}{\partial n}, \quad v = 0 \quad \cdots(6.a, b)$$

ここに、 z は平均水深（ $\tilde{h}_0$ ）で無次元化された鉛直上向き座標、 n は半幅（ $\tilde{B}/2$ ）で無次元化された横断座標、 β は半幅/平均水深、 i_0 は流路中心の縦断面勾配、 $\nu \xi_1$ は平均水深で無次元化された水位上昇量である。 χ_b 、 χ_s は平均的な摩擦抵抗係数 C_f により決定され、 $\chi_b = 1 / (1.5 \sqrt{C_f}) - 1/3$ 、 $\chi_s = \chi_b / \beta$ にて表される。

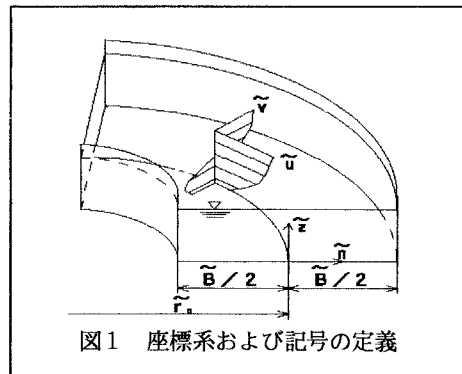


図1 座標系および記号の定義

3. 重み付き残差法を用いた解析 水面と底面の条件を満たす流速の鉛直分布が横断方向に相似であることを仮定し、試験関数を以下のように設定する。

$$u_0 = f(n) \sum_{j=1}^2 a_j \cos \delta_j (1-z) \quad \cdots(7), \quad v_1 = g(n) \sum_{j=1}^3 b_j \cos \delta_j (1-z) \quad \cdots(8)$$

$$u_1 = h(n) \sum_{j=1}^2 a_j \cos \delta_j (1-z) \quad \cdots(9)$$

上式中の係数 a_j 、 b_j は n に依存しない2次元水路の運動方程式〔式(1)と式(2)において左辺第2項を省いたもの〕を考えこれより求める。また、 δ_j は底面の境界条件より、

$$\delta_j \tan \delta_j = 1 / \chi_b \quad \dots (10)$$

を満たすもので、添字の j は δ_j の絶対値の小さいものから順に1, 2, ...と取る。式(7)の $f(n)$ 、式(8)の $g(n)$ 、式(9)の $h(n)$ の決定は重み関数に流速の鉛直分布を選び、ガラーキン法を適用して求める。これらの n に関する具体的な関数形についての最終結果は紙面の関係上省略する。

4. 解析結果とまとめ 図2に u_0 の鉛直流速分布、図3に二次流 v の鉛直流速分布、図4に u_0 および主流速 u の鉛直平均流速の横断分布について、本結果を実線で文献1)の結果を破線で示し、比較する。計算に用いた無次元水路パラメータは $\beta=9.09$ 、 $\nu=0.111$ 、 $C_f=0.0047$ 、 $i_0=1/500$ 、 $F_r=0.663$ である。

u_0 の鉛直流速分布における本解析結果と文献1)の解析結果を比較すると、流路中央では図2(a)のように、ほぼ同じ値を取り、側壁近傍においては、図2(b)のように本解析の方がやや速度勾配が緩やかになるが、両者の差は顕著ではない。

v の鉛直流速分布における本解析結果と文献1)の解析結果を比較すると、流路中央域では、図3(a)のような同じ分布形となり、側壁に近づくに従って図3(b)のように本解析の方が二次流の強度が大きく現れる。この原因は主として、本解析の方が二次流の鉛直分布に高次の変動モードまで(2次、3次)を考慮し、結果として横断方向への減衰係数が大きくなったためであると考えられる。

平均流速の横断分布について比較すると、 $\bar{u}_0$ については本解析解ならびに文献1)の解析解は同じ分布形状をなし、これは図2からも明かである。 $\bar{u}$ については、側壁近傍で差が顕著に現れて、特に内岸域では本解析で負の流速まで現れている。二次流による運動量輸送の過大評価は、図3に示したように、二次流強度の過大評価等が原因していると考えられる。これらの一部は式(2)、(3)についての非同次解を求める際に、左辺第2項を無視したことにも起因するが、線形解析の限界もあると思われる。

最後に、本研究は文部省科学研究費補助金〔試験(B)(1) 代表: 村本嘉雄 京大教授〕の補助を受けて行った。ここに感謝の意を表する。

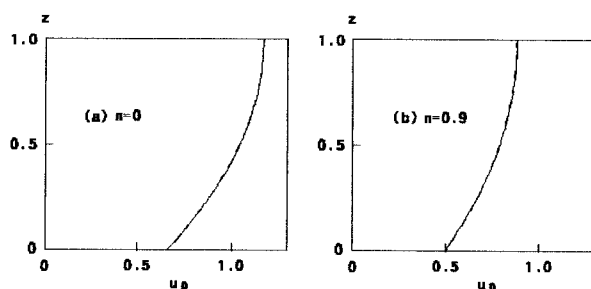


図2 u_0 の鉛直流速分布

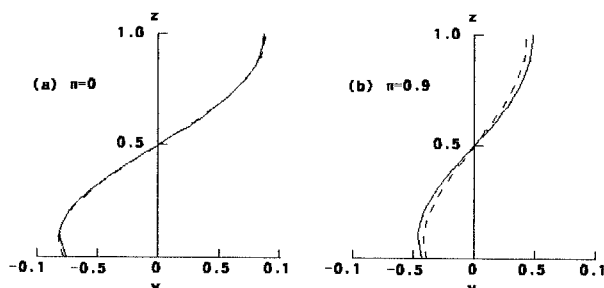


図3 二次流 v の鉛直流速分布

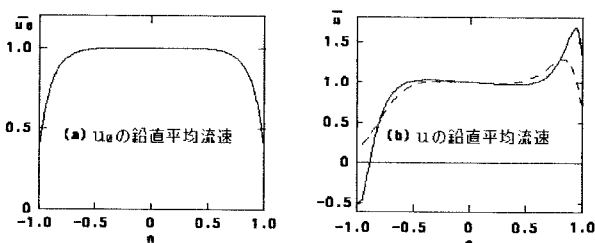


図4 u_0 および主流速 u の鉛直平均流速の横断分布

1) 山坂・池田・酒寄：一樣湾曲流路の流れの三次元解析(土木学会論文集, No. 411, pp. 99-108, 1989.)