

II - 167

移動一般座標による開水路非定常流の数値解析

京都大学工学部 正会員 長田 信寿

京都大学工学部 正会員 細田 尚

京都大学工学部 正会員 村本 嘉雄

1. はじめに

本研究は、河岸の崩壊や侵食など、境界の移動により生じる流れを解析するための基本的数値解析モデルの作製を目的としている。このような流れの解析をする際の問題点として、対象としている領域が時間的に大きく変化することが考えられる。そこで、本研究では境界が移動する流れの単純な例として貯水槽の壁面の移動により生じる非定常流を考え、移動一般座標系での平面2次元流れの基礎式を用いた数値解析を試みる。

2. 対象とする現象

本研究では、移動一般座標を用いた数値モデルを、図-1に示したような貯水槽の側壁が急に移動することにより生じる流れに適用し、モデルの妥当性を考察する。

3. 基礎式

基礎式として、以下に示す平面2次元流れの基礎式を用いる。ただし、簡単のため運動方程式中の粘性項および二次流による応力項を無視している。

(連続式)

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

(運動方程式)

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial vM}{\partial y} + gh \frac{\partial z_s}{\partial x} = -\frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial uN}{\partial x} + \frac{\partial vN}{\partial y} + gh \frac{\partial z_s}{\partial y} = -\frac{\tau_{by}}{\rho} \quad (3)$$

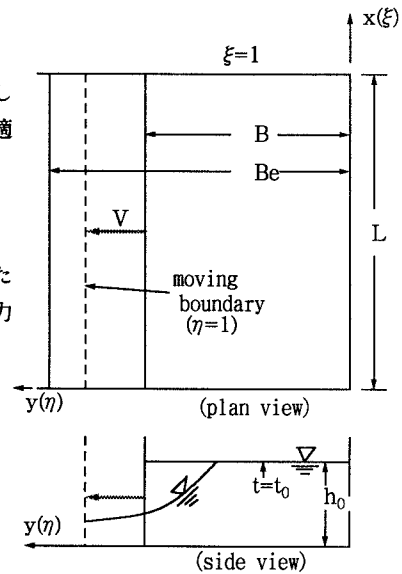


図-1 対象とする流れ

ここに、 h : 水深、 (u, v) : 水深平均流速の (x, y) 方向成分、 (M, N) : 各々 $M=hu$, $N=hv$ で定義される流量フラックス、 z_s : 基準面からの水位、 (τ_{bx}, τ_{by}) : 底面せん断応力ベクトルの成分である。

直角座標の基礎式 (1) ~ (3) を移動一般座標系 $(\xi(x, y, t), \eta(x, y, t))$ の式に座標変換する [1]。さらに運動方程式に関しては、有限体積法に適合するように反変成分で表示すると以下のようになる。ただし、 Q^η の関係式は省略した。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{h}{J} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{Q^\xi}{J} \right) - \frac{M}{J} \left(\frac{\partial \xi_x}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \xi_x}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \xi_x}{\partial \eta} \right) \\ & - \frac{N}{J} \left(\frac{\partial \xi_y}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \xi_y}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \xi_y}{\partial \eta} \right) + gh \left(\frac{\xi_x^2 + \xi_y^2}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) = -\frac{\tau_{b\xi}}{\rho J} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 $U, V, Q^\xi, Q^\eta, J, \xi_t, \eta_t, \tau_{b\xi}, \tau_{b\eta}$ は次式で定義される。

$$\begin{aligned} U &= \xi_x u + \xi_y v, V = \eta_x u + \eta_y v, Q^\xi = \xi_x M + \xi_y N, Q^\eta = \eta_x M + \eta_y N, \xi_t = -x_t \xi_x - y_t \xi_y, \eta_t = -x_t \eta_x - y_t \eta_y, \\ J &= 1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi), \tau_{b\xi} = \xi_x \tau_{bx} + \xi_y \tau_{by}, \tau_{b\eta} = \eta_x \tau_{bx} + \eta_y \tau_{by} \end{aligned}$$

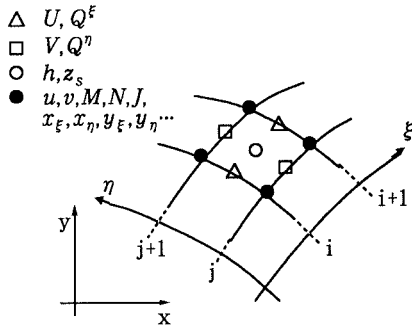


図-2 変数の配置

4. 数値解析法と計算条件

数値解析法として有限体積法を用いる。変数の定義位置を図-2に示した。本研究では基本的数値モデルの作製を目的としているため、移流項の離散化には最も簡単かつ安定性の良い1次上流差分を、時間積分には前進差分を用いた。

図-3に示した変数を用いて、計算の条件を表-1に示した。Run 1は壁が直線的に移動する場合であり、Run 2は曲線的に移動する場合である。

5. 計算結果の考察

図-4に、Run1-1の $x = L/2$ の位置における水面形の時間変化を示した。側壁の移動に追従した水面の変化が生じ、移動中の側壁位置の水深は一定になっている。また、 $t = Te$ で側壁が急停止した後に、段波の発生と遡上が再現されている。

図-5には、壁面を三角関数形で移動させたRun 2の計算結果を示した。曲線的な側壁の移動に追従して、対称に水面が変化する様子が再現されている。

6. おわりに

移動一般座標を用いて、境界が移動する流れを再現するための数値モデルを作製し、側壁移動により生じる流れに適用することにより基本的数値モデルの妥当性を確かめた。今後、境界形状がより複雑な場への適用を行いたい。

[参考文献]

[1] 藤井孝蔵：流体力学の数値計算法，東京大学出版会，1994。

表-1 計算条件

	L (m)	B (m)	h_0 (m)	V (m/s)	Be (m)	Te (s)	Δt (s)	$\Delta \xi$	$\Delta \eta$
Run1-1	3.0	1.0	0.05	0.25	1.5	2.0	0.002	1.0	1.0
Run1-2	3.0	1.0	0.05	1.25	1.5	0.4	0.002	1.0	1.0
Run 2	3.0	1.0	0.05	1.25	2.0	0.8	0.002	1.0	1.0

V：側壁の移動速度，Be：側壁の停止位置，
Te：移動開始からの停止時間 $((Be-B)/V)$ ， Δt ：計算時間間隔

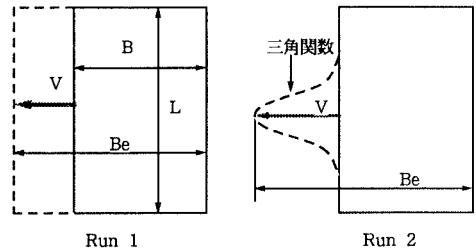


図-3 側壁移動の形態

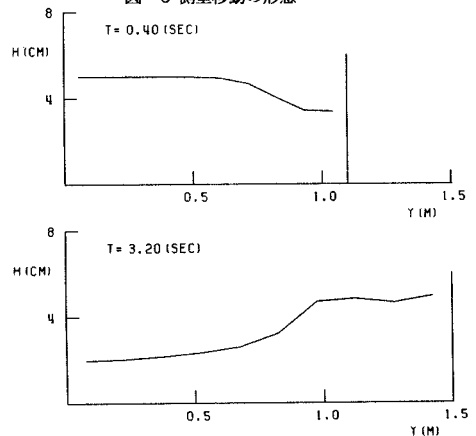


図-4 Run1-1の水面形

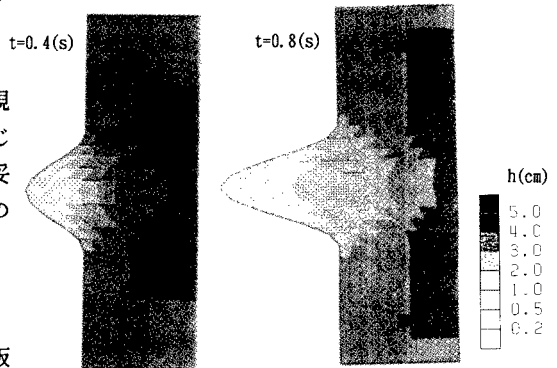


図-5 Run 2の水深分布