

急拡部をもつ開水路流れの数値解析

中央大学大学院 学員○笠井 雅広 東京都水道局 正員 寺本 康宏
 北見工業大学工学部 正員 内島 邦秀 中央大学理工学部 正員 池永 均
 中央大学理工学部 正員 山田 正

1. 本研究の目的 湾や湖に流入する河川の河口付近の流れはフルード数が小さく、流入後はコリオリ力やせん断力の影響を受け非常に複雑な挙動をする。一方、フルード数の大きい流れ、特に急峻な山間部の河川においては、洪水による堤防決壊時の氾濫水の流動が問題となる。このように水理的に極端な2例について本研究では、常流で水域に流入する場合(以下、噴流)と、射流で周囲流体のない領域に流れ出る場合(以下、射流急拡部を過ぎる噴流)について、それらの統一的な理解を得るために数値解析を行った。

2. 解析内容及び手法 表1に基礎方程式を示した。本研究においては基礎式(1.1)～(1.3)に対し、FEMを用いて模型実験スケールの水域について解析を行った。解析内容は表2の通りである。1) $Fr < 1$ の場合; RUN1～RUN3では200cm×450cm、水深20cmの水域に幅10cmで噴流を与え、フルード数の非常に小さい噴流の挙動について考察を行った。流入入の境界条件としては流入のみを流速で与え、壁面の境界条件はスリップ条件とした。2) $Fr > 1$ の場合; RUN4, RUN5では、射流が急拡部を過ぎ、周囲流体のない場に流れ出る場合の流れについて解析を行った。解析領域は200cm×200cmの水域であり、計算の安定化のために水域には微小な水深を与えた。流入入の境界条件として水面変動量及び流速を与え、射流が急拡部を過ぎた後の流れについて理論値及び実験値との比較を行った。

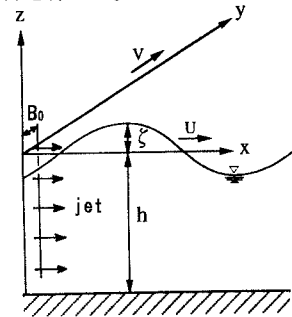


図1 座標系

表1 基礎方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_x \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + A_y \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho} \frac{1}{\zeta+h} [\tau_x(\zeta) - \tau_x(-h)] + fV \quad (1.1) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A_x \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + A_y \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho} \frac{1}{\zeta+h} [\tau_y(\zeta) - \tau_y(-h)] - fU \quad (1.2) \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + (\zeta+h) \frac{\partial U}{\partial x} + (\zeta+h) \frac{\partial V}{\partial y} &+ U \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} \right) + V \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.3) \end{aligned}$$

U, V : 水平方向の断面平均流速
 A_x, A_y : 渦動粘性係数
 f : コリオリ係数
 $\tau(\zeta)$: 風による水面せん断応力
 $\tau(-h)$: 底面せん断応力

$$U = \frac{1}{\zeta+h} \int_{-h}^{\zeta} u \, dz \quad V = \frac{1}{\zeta+h} \int_{-h}^{\zeta} v \, dz$$

3. 解析結果及び考察 $Fr < 1$ の場合 ;
 図2はフルード数の異なる場合の流速ベクトル図である。1) $Fr = 0.07$ の場合(RUN1); 流入開始直後に流入口の両側に対称的な渦が発生するが、その後流入口の左側に3つ目の渦が発生し、それまで保たれていた流れの中心線に対する対称性が崩れ、蛇行が起きている。流入口の左右からは規則的に渦が発生している。代表スケールとして流入口の幅を用いるとストローハル数は0.11である。また本解析では、水域から流出を与えていないために反対側の壁の影響がでない範囲では、図2(a)から噴流は蛇行の水平方向へは大きく拡散せずに進んでいる。2) $Fr = 0.32$ (RUN2) の場合; $Fr = 0.07$ の場合と同様に噴流の蛇行が見られる。 $Fr = 0.07$ の場合と比較すると、 $Fr = 0.32$ の場合は先端付近に近づくほど拡散傾向が見られる(図2(b))。

表2 計算条件

	水域スケール (cm ²)	水深 (cm)	流入幅 (cm)	渦動粘性係数 (cm ² /s)	フルード数 Fr	レイノルズ数 Re	流入流速 (cm/s)	流入口の水面変動量 (cm)	流出量 (cm ³ /s)
RUN1	200×450	20	10	2	0.07	50	10	—	0
RUN2	200×450	1	10	2	0.32	50	10	—	0
RUN3	200×450	0.1	10	2	1.01	50	10	—	0
RUN4	200×200	0.1	20	50	2	56	140	4.9	14000
RUN5	200×200	0.1	20	60	3	54	163	4.9	16300

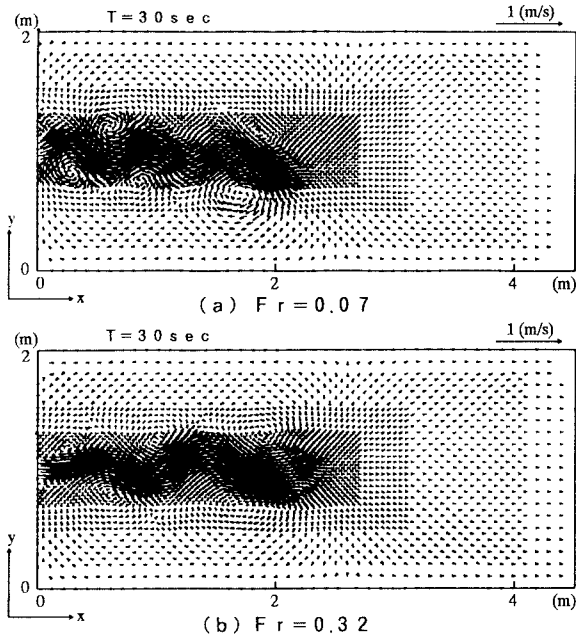


図2 フルード数の違いに対する噴流の挙動の違い

3) $Fr=1.01$ の場合; $Fr=0.07$ や $Fr=0.32$ の場合とは異なり噴流の蛇行や周期的な渦の発生は見られず直進している。また、先端付近ほど水平方向へ拡散が見られる。 $Fr>1$ の場合; 著者らはこれまでに、射流急拡部の流れに空気流に現れる膨張波の理論を適用してEuler方程式の厳密解を導いている¹⁾。図3は厳密解から得られた射流急拡部における流線と、実験から得られた流向を比較したものである。ここに示した $Fr=2.03$ の場合は理論上の流線と実験による流向が一致している。図4に $Fr=2$ (RUN4)の場合の計算結果のベクトル図を示した。これと図3を比較すると、計算結果は平面的には射流急拡部を過ぎる噴流の拡がりをよく表していると言える。また $Fr=3$ (RUN5)の計算を行ったが、計算においては $Fr=2$ と $Fr=3$ では流向、流速に大きな違いは見られなかった。図5は、図4の流速ベクトル図のうち流れの中心線上の流速及び水深分布を示したものである。これより水深の減少にともない、わずかではあるが流下方向に流速が増加していることがわかる。Bernoulliの式より、理論的には無限遠において流速は約1.25倍に上昇するが、本解析で流速が約1.1倍までしか上昇しないのは、計算の安定化のために理論値よりかなり大きな渦動粘性係数を使っているためと考えられる。

4. まとめ 1) 流入口の Fr が非常に小さい噴流の場合、水域に流入した噴流は蛇行をしながら進む。また水平方向への大きな拡散は起こらない。 Fr が大きくなるにつれ蛇行は起こりにくくなり $Fr=1$ では噴流は安定した流れとなる。2) 射流急拡部を過ぎる噴流の場合噴流の流速、流向、水深に対しては粘性よりも底面摩擦の効果が大きい。

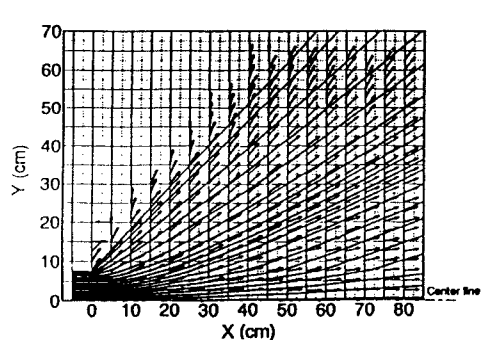


図3 射流急拡部における流線の理論と実験の比較

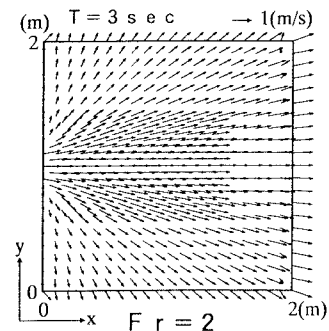


図4 射流急拡部における流速ベクトル図

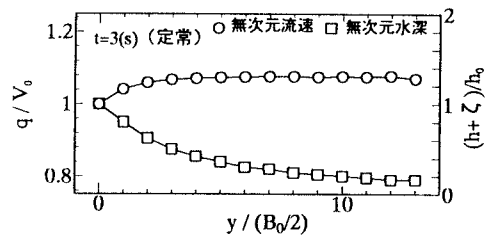


図5 流下方向の水深及び流速の変化