

II - 163

地下放水路への流入直後の流れの数値計算

早稲田大学大学院	学生会員	羽田野琢磨, 田村 浩敏
電源開発(株)	正会員	栗崎夏代子
早稲田大学理工学部	正会員	鮎川 登
(株)荏原総合研究所		大淵 真志

1. はじめに

空の状態の地下放水路に河川水が流入するときの流れの数値計算を行ない、実験値と比較した結果について述べる。

2. 実験の概要

実験は内径20cm,長さ122mの円形断面の塩化ビニル管を1/5000の勾配で設置して行なった。実験では、空の状態の塩化ビニル管の上流端から0.0039m³/sの水を流し、水が流下する状態を2~16mの間隔で設置した11個の圧力計により観測した。また、参考のために、幅40cm,深さ40cm,長さ10mの水平な長方形断面の開水路を用いても実験を行なった。この場合は、空の状態の開水路の上流端から0.016m³/sの水を流し、流下水の先端の移動および1m間隔で設置した3つの測定断面の水深の時間変化を水路の側面をビデオ撮影することにより測定した。

なお、塩化ビニル管および開水路の下流端は行止まりとなっており、流下水が下流端に達すると、そこで反射し、段波となって遡上するようになっている。

3. 流れの支配方程式および境界条件,初期条件

空の状態の水路に流入した水が流下するときの流れは開水路の非定常流の支配方程式により解析される。

$$\text{連続方程式} \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{運動方程式} \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI \right) - gA(S_0 - S_f) - I_1 = 0 \quad (2)$$

$$\text{ただし、} \quad I = \int_0^h (h - \xi)b(\xi)d\xi, \quad I_1 = g \int_0^h (h - \xi) \frac{\partial b}{\partial x} d\xi \quad (3)$$

である。ここで、 A は流水断面積、 Q は流量、 g は重力加速度、 S_0 は水路床勾配、 S_f は摩擦勾配、 h は水深、 $b(\xi)$ は水路床から ξ の位置における断面幅、 x は上流端からの距離、 t は時間である。本研究で対象とするような一様断面水路の場合は $I_1=0$ となる。

摩擦勾配 S_f は次式で算定する。

$$S_f = \frac{f|Q|Q}{8gRA^2} = \frac{n^2|Q|Q}{R^{4/3}A^2} \quad (4)$$

ここで、 f は抵抗係数、 n はManningの粗度係数、 R は径深である。

境界条件は、上流端では流入流量を与え、下流端では流量を0とする。

初期条件は、各計算断面における初期の水深および流量を0とする。なお、水深が0の場合は摩擦勾配も0とする。

4. 支配方程式の数値計算法

参考文献1)を参考にして、流れの支配方程式(1),(2)をMacCormack法により差分化し、数値解を求める。MacCormack法の予測子と修正子の計算では、空間微分を第一ステップで予測子の計算には後退差分、修正子の計算には前進差分を用いて差分化し、第二ステップで予測子の計算に前進差分、修正子の計算に後退差分を用いて差分するというふうに、後退差分と前進差分を交互に用いて空間微分を差分化する。ただし、上流端および下流端についてはBox schemeを用いて流れの支配方程式(1),(2)を差分化する。なお、水深の計算値が円形断面水路の場合は3mm以下、長方形断面水路の場合は2mm以下の場合は水深は0とする。

5. 計算値と実験値の比較

5.1 円形断面水路の場合

計算断面間隔 Δx を1mとし、計算時間間隔 Δt をCourant-Friedrichs-Lewy (CFL) 条件を満足するように定めて、数値計算を行なった。数値計算は、 $n=0.011$ として摩擦勾配 S_f を算定する場合と、Colebrookの式により相当粗度 k_s を0.5mm(塩化ビニル管の相当粗度は0.001mm程度とされているが、 $k_s=0.5\text{mm}$ とすると、流れの先端の位置についての計算値と実験値の一致が良くなったので、ここでは、 $k_s=0.5\text{mm}$ とした)として抵抗係数 f を求め、摩擦勾配 S_f を算定する場合の2通りについて行なったが、計算結果は殆ど変わらなかった。ここでは、流れの先端の位置と水深の時間変化について、 k_s を用いて摩擦勾配を求めた場合の計算値と実験値を比較して、図1および図2に示した。これらの図によると、計算値と実験値はほぼ一致することがわかる。

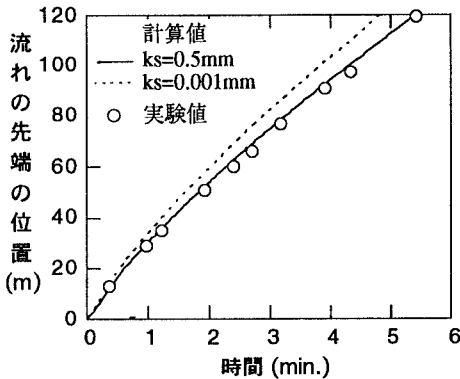


図1 流れの先端の位置の時間変化の
計算値と実験値の比較

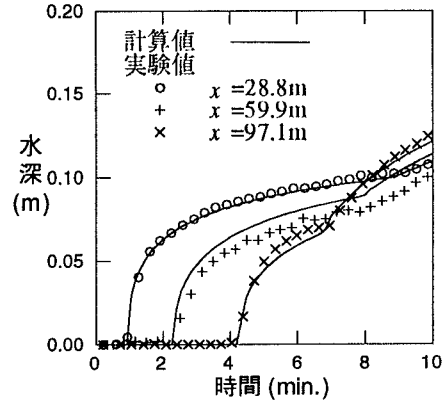


図2 測定断面における水深の時間変化の
計算値と実験値の比較

5.2 長方形断面水路の場合

計算断面間隔 Δx を 0.05m とし、計算時間間隔 Δt を CFL 条件を満足するように定めて、数値計算を行なった。この場合も、摩擦勾配を $n=0.01$ として算定する場合と $k_s=0.2\text{mm}$ として算定する場合の2通りについて数値計算を行ったが、計算結果は殆ど変わらなかった。なお、計算値は上流端および段波の波面付近で振動したので、次式で表示される人工粘性を導入して²⁾、数値解を求めた。

$$f_i = f_i + \varepsilon_{i+1/2}(f_{i+1} - f_i) - \varepsilon_{i-1/2}(f_i - f_{i-1})$$

$$\varepsilon_{i+1/2} = \kappa \frac{\Delta x}{\Delta t} \max(v_i, v_{i+1}), \quad \varepsilon_{i-1/2} = \kappa \frac{\Delta x}{\Delta t} \max(v_{i-1}, v_i), \quad v_i = \frac{|h_{i+1} - 2h_i + h_{i-1}|}{|h_{i+1}| + 2|h_i| + |h_{i-1}|} \quad (5)$$

ここで、 f は Q あるいは h を表す。係数 κ は 2.0 とした。

ここでは、流れの先端の位置と水深の時間変化に関して、 k_s を用いて摩擦勾配を求めた場合の計算値と実験値を比較して、図3および図4に示した。これらの図によると、計算値と実験値はほぼ一致することがわかる。

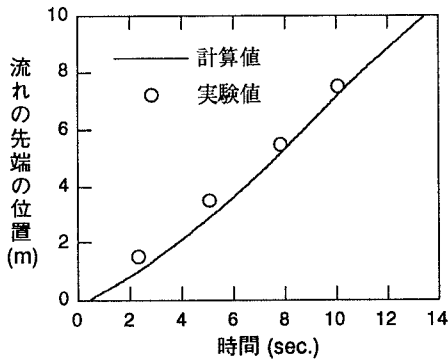


図3 流れの先端の位置の時間変化の
計算値と実験値の比較

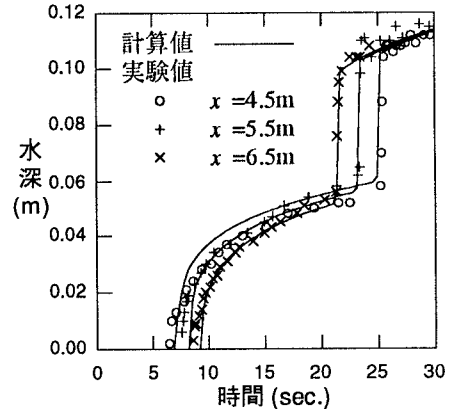


図4 測定断面における水深の時間変化の
計算値と実験値の比較

6. おわりに

空の状態の地下放水路に河川水が流入するときの流れについて、開水路非定常流の支配方程式に基づいて数値計算を行ない、実験値と比較したところ、計算値と実験値がほぼ一致する結果が得られた。

参考文献

- 1) Bellos, C.V. and Sakkas, J.G. : 1-D Dam-Break Flood-wave Propagation on Dry Bed, Proc. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 113, No. 12, Dec., pp. 1510~1524, 1987.
- 2) Gharangik A.M. and Chaudhry M.H. : Numerical Simulation of Hydraulic Jump, Proc. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 117, No. 9, Sept. pp. 1195~1211, 1991.