

II - 159

地下放水路の管水路状態の流の数值計算

電源開発 正会員 栗崎 夏代子
荏原製作所 富田 強

早稲田大学理工学部 正会員 銚川 登
荏原総合研究所 大淵 真志
北海道開発コンサルタント 中畑 啓介

1 はじめに 東京都、大阪府などでは、都市河川の治水対策の一つとして地下放水路の建設が構想されている。地下放水路が地下50m程度のところに建設される場合には、排水施設の規模が過大にならないようにするために、地下放水路を管水路状態で運用することが考えられる。ここでは、地下放水路の管水路状態の流の数值計算法について述べ、計算値と実験値を比較した結果について述べる。

2 実験の概要 図1に示すような地下放水路を模した内径20cmの塩化ビニル製の実験水路で、立坑への流入条件と排水立坑からの排水条件を変えて管水路状態で実験を行い、立坑の水位の時間変化を測定した。なお、実験水路の各立坑の断面積 A_s は、0.015、0.283、0.031、0.283、6.283 m^2 、各立坑間の距離 L は、28.4、30.7、36.8、23.9mである。

3 地下放水路の管水路状態の流の支配方程式 立坑の水位は立坑部の連続方程式

$$A_{Si} \frac{dH_i}{dt} = Q_{Si} + Q_{i-1} - Q_i \quad (1)$$

から求められる。ここで、 A_s は立坑の断面積、 H は立坑の水位、 Q_s は立坑への流入量、 Q はトンネル部の流量、 t は時間、添字 i は、 A_s, H, Q_s については i 番目の立坑の値を示し、 Q については i 番目のトンネル部の値を示す。

式(1)により立坑の水位 H_i を求めるためには、トンネル部の流量 Q_{i-1}, Q_i を与えることが必要である。トンネル内の流量はトンネル内の流の支配方程式を用いて計算する。

$$\text{連続方程式 } \frac{\partial Q_i}{\partial x} = \frac{\partial(A_s v_i)}{\partial x} = 0, \quad \text{運動方程式 } \frac{1}{g} \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha_i v_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_{ii} \right) + \frac{\partial h_{Li}}{\partial x} = 0 \quad (2), (3)$$

ここで、 A はトンネルの断面積、 v はトンネル内の流速、 p は圧力、 z_i はトンネル断面の中心の高さ、 h_L は損失水頭、 α はエネルギー補正係数、 ρ は水の密度、 g は重力の加速度、 x はトンネル断面の中心に沿う距離である。

連続方程式(2)によると、流速 v_i は x に無関係で、 t のみの関数になる。このことを考慮して、運動方程式(3)を x について0から L_i まで積分すると、

$$\frac{L_i}{g} \frac{dv_i}{dt} + H_{Li}^* - H_{0i}^* + h_{Li} = 0; \quad H_{0i}^* = \left[\frac{\alpha_i v_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_{ii} \right]_{x=0}, \quad H_{Li}^* = \left[\frac{\alpha_i v_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_{ii} \right]_{x=L_i} \quad (4)$$

となる。

$x=0$ および $x=L_i$ における全水頭 H_{0i}^* および H_{Li}^* は、立坑内の流の運動方程式をトンネル断面の中心から立坑の水面まで積分することにより、それぞれ、次のように与えられる。

$$H_{0i}^* = \frac{h_i}{g} \frac{dv_{Si}}{dt} + \frac{\alpha_{Si} v_{Si}^2}{2g} + H_i + h_{LSi}; \quad H_{Li}^* = \frac{h_{i+1}}{g} \frac{dv_{Si+1}}{dt} + \frac{\alpha_{Si+1} v_{Si+1}^2}{2g} + H_{i+1} + h_{LSi+1} \quad (5)$$

立坑内の水の運動を無視する場合には、

$$H_{0i}^* = H_i, \quad H_{Li}^* = H_{i+1} \quad (6)$$

となる。

式(5)を式(4)に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{L_i}{g} \frac{dv_i}{dt} + \frac{h_{i+1}}{g} \frac{dv_{Si+1}}{dt} - \frac{h_i}{g} \frac{dv_{Si}}{dt} + \frac{\alpha_{Si+1} v_{Si+1}^2}{2g} + H_{i+1} - \frac{\alpha_{Si} v_{Si}^2}{2g} - H_i + h_{Li} + h_{LSi+1} - h_{LSi} = 0 \quad (7)$$

ただし、

$$h_{Li} = \left(f_{ei} + f_{oi} + f_i \frac{L_i}{D_i} \right) \frac{v_i |v_i|}{2g}, \quad h_{LSi} = f_{Si} \frac{h_i}{D_{Si}} \frac{v_{Si} |v_{Si}|}{2g}, \quad h_{LSi+1} = f_{Si+1} \frac{h_{i+1}}{D_{Si+1}} \frac{v_{Si+1} |v_{Si+1}|}{2g} \quad (8)$$

である。ここで、 L はトンネル部の長さ、 D はトンネルの内径、 D_s は立坑の内径、 h は立坑の水面から立坑部のトンネル断面の中心までの深さ、 v_s は鉛直上向きを正とする立坑内の流速、 h_{LS} は立坑内の流の損失水頭、 f_e はトンネルの入口の損失係数、 f_o はトンネルの出口の損失係数、 f はトンネル内の流の抵抗係数、 f_s は立坑内の流の抵抗係数である。なお、式(7)は立坑 i の水面から立坑 $i+1$ の水面まで、運動方程式(3)を積分することによ

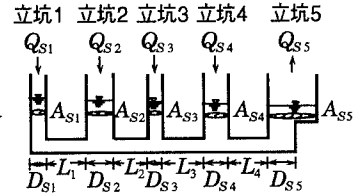


図1 実験装置概要図

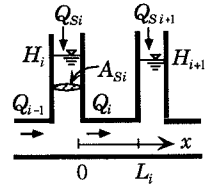


図2

っても導かれる。

流速と流量の間には次の関係がある。

$$v_{Si} = \frac{dH_i}{dt} = \frac{Q_{Si} + Q_{i-1} - Q_i}{A_{Si}}, \quad v_i = \frac{Q_i}{A_i} \quad (9)$$

式(8),(9)を式(7)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{L_i^*}{gA_i} \frac{dQ_i}{dt} - \frac{h_i}{gA_{Si}} \frac{dQ_{i-1}}{dt} - \frac{h_{i+1}}{gA_{Si+1}} \frac{dQ_{i+1}}{dt} - \frac{h_i}{gA_{Si}} \frac{dQ_{Si}}{dt} + \frac{h_{i+1}}{gA_{Si+1}} \frac{dQ_{Si+1}}{dt} + H_{i+1} - H_i + \frac{\alpha_{Si+1}}{2g} \left(\frac{Q_{Si+1} + Q_i - Q_{i+1}}{A_{Si+1}} \right)^2 \\ & - \frac{\alpha_{Si}}{2g} \left(\frac{Q_{Si} + Q_{i-1} - Q_i}{A_{Si}} \right)^2 + f_i \frac{L_i}{D_i} \frac{|Q_i|Q_i}{2gA_i^2} - f_{Si} \frac{h_i}{D_{Si}} \frac{|Q_{Si} + Q_{i-1} - Q_i|(Q_{Si} + Q_{i-1} - Q_i)}{2gA_{Si}^2} \\ & + f_{Si+1} \frac{h_{i+1}}{D_{Si+1}} \frac{|Q_{Si+1} + Q_i - Q_{i+1}||Q_{Si+1} + Q_i - Q_{i+1}|}{2gA_{Si+1}^2} + (f_{ei} + f_{oi}) \frac{|Q_i|Q_i}{2gA_i^2} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)で微小項を無視すると、次のようになる。

$$\frac{L_i^*}{gA_i} \frac{dQ_i}{dt} + H_{i+1} - H_i + \left(f_{ei} + f_{oi} + f_i \frac{L_i}{D_i} \right) \frac{|Q_i|Q_i}{2gA_i^2} = 0 \quad ; \quad L_i^* = L_i \left(1 + \frac{A_i}{A_{Si}} \frac{h_i}{L_i} + \frac{A_i}{A_{Si+1}} \frac{h_{i+1}}{L_i} \right) \quad (11)$$

なお、式(11)で $L_i^* = L_i$ とすると、立坑内の水の運動を無視する場合の運動方程式になる。

4 支配方程式の数値計算法 地下放水路の管水路状態の流れの計算では連続方程式(1)および運動方程式(11)を各立坑および各トンネル部についてたて、それらを連立させて、立坑の水位とトンネル内の流量を求めることになる。式(1)および式(11)は1階の常微分方程式であるので、Runge-Kutta法などの数値計算法により数値解を求めることができる。

5 計算値と実験値の比較 計算では、抵抗係数は乱流の場合はColebrookの式、層流の場合は理論式により算定し、トンネルの入口と出口の損失係数は $f_e=1.0, f_o=1.0$ とした。数値計算はRunge-Kutta法により行い、計算時間間隔は1.0secとした。運動方程式として式(11)を用いた場合と式(11)で $L_i^* = L_i$ とした場合の計算値と実験値を比較した例を図3および図4に示す。図3によると、運動方程式として式(11)を用いた場合の計算値と実験値はよく一致し、図4によると、立坑内の水の運動を無視し、式(11)で $L_i^* = L_i$ とした場合の計算値は、立坑の水位が振動するところで実験結果とずれを生ずるが、全般的には実験値とほぼ一致することが認められる。他の実験ケースについても同様の結果が得られた。

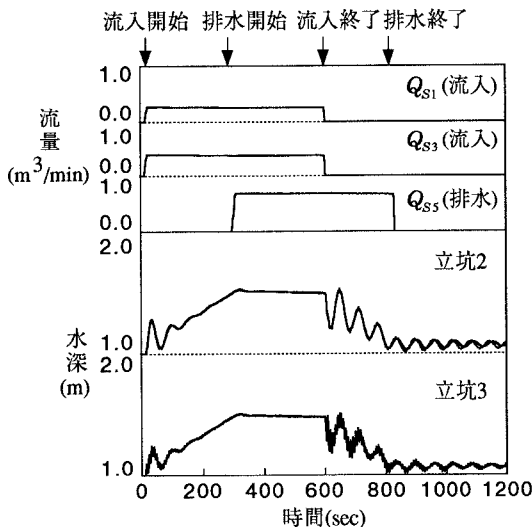


図3 計算値と実験値の比較
(運動方程式として式(11)を用いた場合)
(— 実験値 — 計算値)

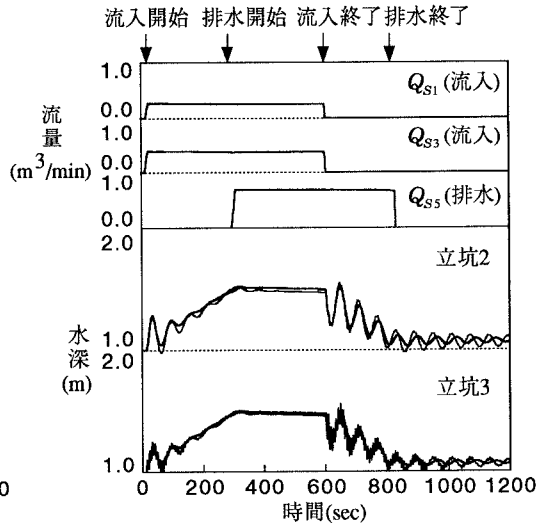


図4 計算値と実験値の比較
(式(11)で $L_i^* = L_i$ とした場合)
(— 実験値 — 計算値)