

II-80

条件付確率場における不圧地下水モデルの同定

エイトコンサルタント(株)
鳥取大学工学部

正会員 藤田 聡
正会員 野田 茂

1. はじめに

地下空間の利用の増加に伴い、地盤内の地下水流動を的確に把握することが重要になってきている¹⁾。このためには支配パラメータである透水係数の空間分布を精度よく推定しなければならない。そこで、本研究では、透水係数の空間分布を対数正規確率場とみなし、不圧地下水解析と条件付非正規確率場の逐次型同定アルゴリズムをハイブリッドして、観測データから未観測点における物性値の推定方法を提案する。この方法を平面2次元非定常地下水流動モデルに適用して数値計算を行うことにより、本同定アルゴリズムの有効性を明らかにする。

2. 研究の方法

(1) 条件付非正規確率場の逐次型同定アルゴリズム

t 番目のデータセットに対し、正規確率場の状態量(総数 L)を $X_t = (x_{t1}, \dots, x_{tL})^T$ 、非正規確率場の観測量(総数 N)を $Y_t = (y_{t1}, \dots, y_{tN})^T$ とする。すると、状態方程式は式(1)で、観測方程式は式(2)で表せる。

$$X_t = f(X_{t-1}, t-1) + w_{t-1} \quad (1)$$

$$Y_t = h(X_t, t) + v_t \quad (2)$$

ここに、 w_{t-1} はシステムノイズ、 v_t は観測ノイズである。また、 $f(\cdot)$ と $h(\cdot)$ は状態量や観測量の関係を表す非線形ベクトルである。

条件付非正規確率場の同定問題を取り扱うために、まず、これらを正規確率場に変換する。変換された正規確率場の平均値と共分散を初期値($\hat{X}_{0|0}$ と $P_{0|0}$)とすると、図1のアルゴリズム²⁾により、条件付正規確率場での同定問題を取り扱うことができる。さらに、正規確率場における最適推定値 $\hat{X}_{t|t}$ と推定誤差共分散 $P_{t|t}$ を用いると、非正規確率場は、不偏最小誤差分散性を満足するように変換できる。このためには、

$$\hat{Y}_{t|t} = h(\hat{X}_{t|t}) \quad (3)$$

による逆変換でなく、図1の変換式を用いなければならない。ここでは、対数正規確率場を対象とし、次式の逆変換式によって、最適推定値 $\hat{Y}_{t|t}$ と推定誤差分散 $\hat{P}_{t|t}$ を求める²⁾。

$$\hat{Y}_{t|t} = \exp \left[\hat{X}_{t|t} + \frac{1}{2} P_{t|t} \right] \quad (4)$$

$$\hat{P}_{t|t} = \left(E[\hat{Y}_{0|0}] \right)^2 \exp \left[P_{0|0} \right] (1 - e^{-P_{t|t}}) \quad (5)$$

(2) 不圧地下水モデルの同定法

非定常状態の不圧地下水の支配方程式は、平面2次元状態を仮定すると、有限要素法によって定式化できる。その際、空間および時間に関する離散化を施し、物性値の漸化式を表す。その漸化式は、解析領域の境界条件により、未知量と既知量にわけて定式化する。未知地下水位 h_{t+1}^1 は式(6)で、未知流量 q_{t+1}^2 は式(7)で求められる。

$$h_{t+1}^1 = [A^{11}]^{-1} [B^{11}h_t^1 + B^{12}h_t^2 - A^{12}h_{t+1}^2 + q_{t+\theta}^1] \quad (6)$$

$$q_{t+1}^2 = \frac{1}{\theta} [A^{21}h_{t+1}^1 + A^{22}h_{t+1}^2 - B^{21}h_t^1 - B^{22}h_t^2 - (1-\theta)q_t^2] \quad (7)$$

ここで、 A と B は漸化式の係数行列である。各添字は h の未知地下水位と既知地下水位に対応する項を表す。既知地下水位 h_{t+1}^2 と既知流量 $q_{t+\theta}^1$ は境界条件で与えられる。これより、時刻 t の地下水位 h_t^1 と流量 q_t^2 を用いると、時刻 $t+1$ での未知地下水位 h_{t+1}^1 と未知流量 q_{t+1}^2 の時間更新が行われる。

本研究では、未知地下水位 h^1 、透水係数の常用対数値 $L (= \log K)$ と未知流量 q^2 を状態量にとる。透水係数に関する時間的変化は考えない。これより、図1の同定アルゴリズムを適用すると、観測データによって、状態量の推定と更新が逐次行われる。その結果、最終的には、未観測点における物性値(透水係数、地下水位と流量)の推定値が得られる。

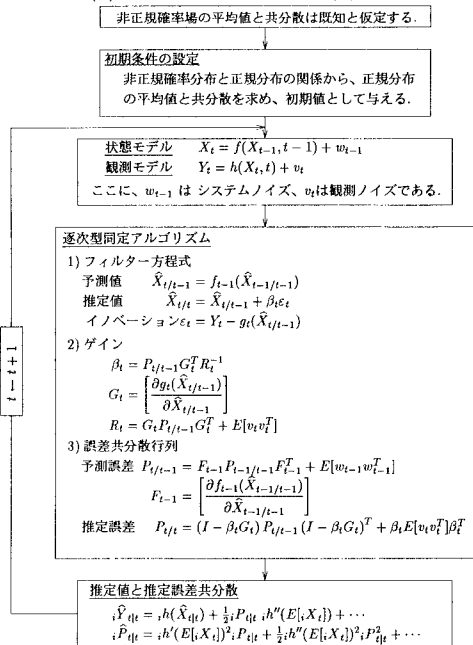


図1 条件付非正規確率場の同定アルゴリズム

3. 数値計算結果および考察

本手法の妥当性を検討するため、平面2次元の地下水流動モデルに対する数値計算を行う。透水係数は等方性を満たすと仮定する。その空間分布特性としては、平均値が 0.0001m/s 、共分散関数が $C(d) = \sigma^2 \exp[-d/200]$ ($\sigma^2 = 0.0001$) である。シミュレートした空間分布モデルは図2のようになる。

未知地下水位36地点、透水係数36地点と未知流量13地点の計85地点において、状態量を設定する。観測データは、1) 地下水位36地点と透水係数4地点(タイプ1)、あるいは2) 地下水位25地点(タイプ2)において得られる。

タイプ1の観測によると、透水係数の空間分布は図3のようになる。図3(a)は式(4)から、図3(b)は式(3)から求めたものである。両方式による推定値は図2の設定値の全体像を再現している。しかし、透水係数がかなり小さいと(図の上部)、本結果の推定精度がよいことがわかる。図4は代表地点(要素31)における透水係数の推定値の時系列変化を示したものである。この図から、単なる変換式よりも、論理的に意味のある式(本方式)を採用することの正しさが理解できる。図5は代表的な揚水地点(節点25)における地下水位の時系列変化である。推定値は、ノイズが除去され、真値とほぼ一致している。以上よりわかるように、観測データが十分にあると、透水係数や地下水位の時空間分布の推定精度は高い。

タイプ2の場合、透水係数の空間分布は図6のようになる。観測点が25と少なく、パラメータを推定するのに十分な情報が得られないため、図3に比べると、推定精度は高くない。しかし、図6の(a)と(b)を比較すると、本手法による推定結果は図2の設定値に近い。透水係数の推定値の時系列変化(図7、要素20)を見ると、不偏性を考慮した式(4)と単なる変換式(3)の差異は明確である。

一方、揚水地点(観測点、節点25)と節点7(未観測点)の地下水位の時系列変化は図8のようになる。観測点の地下水位は、図5に示した如く、タイプ1と同様、真値にほぼ一致している。未観測点の推定値は、初期段階では真値よりもずれているが、観測回数が増えれば、真値に漸近している。少ない観測データによる場合、要素分割を細かくするとともに、比較的真値に近い推定値を与える地下水位を状態量に取り込む必要がある。このようにすると、解の不安定性を解消し、透水係数をさらに精度よく推定できるものと考えられる。

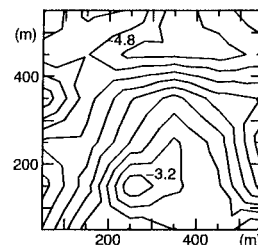


図2 設定した透水係数の空間分布

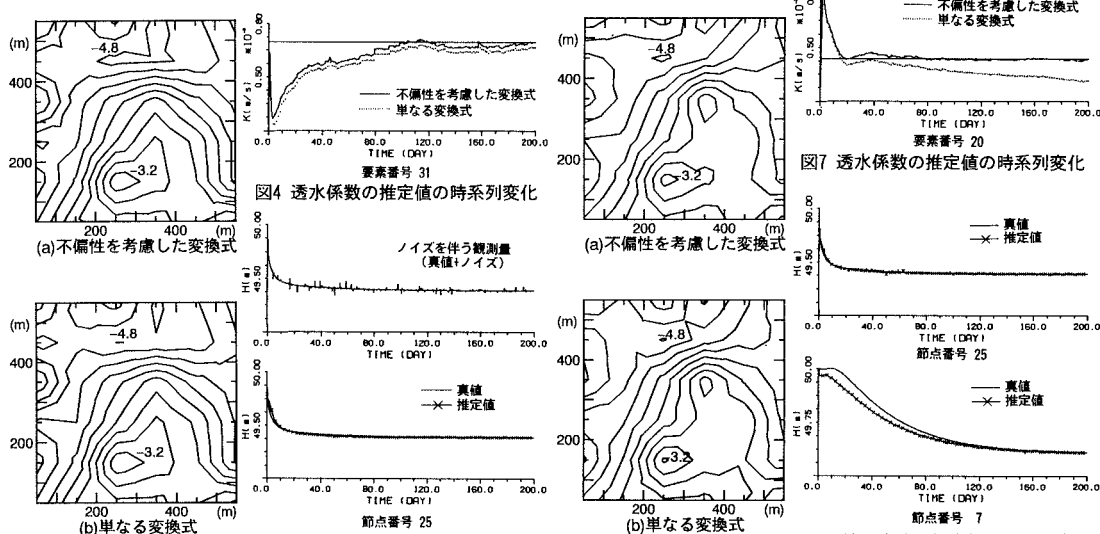


図3 透水係数の空間分布の推定値 図5 地下水位の推定値の時系列変化 図6 透水係数の空間分布の推定値 図8 地下水位の推定値の時系列変化

4. おわりに

本研究では、透水係数を対数正規確率場とみなし、不圧地下水解析の支配方程式と条件付非正規確率場の逐次型同定法をハイブリッドして、未観測点における物性値の推定方法を提案した。本手法を平面2次元非定常不圧地下水モデルに適用した結果、本手法で採用した変換式(式(4))を用いると、透水係数を精度よく推定できることが明らかになった。

参考文献

- 1) 奥野哲男・鈴木誠：不圧地下水を対象とした拡張カルマンフィルタによる透水係数の空間分布推定法、土木学会論文集、No.469/III-23、pp.93~102、1993年6月。
- 2) 長舟健・野田茂・星谷勝：条件付非正規確率場の逐次型同定、土木学会第49回年次学術講演会講演概要集第1部(B)、I-721、pp.1438~1439、1994年9月