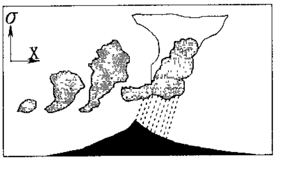
II－13

山岳地形を導入した積雲対流モデルの開発

京都大学大学院 学生員 木谷有吾 京都大学防災研究所 正員 大石 哲
京都大学防災研究所 正員 池淵周一 京都大学防災研究所 正員 中北英一

1. 序論 日本の河川は洪水到達時間が短いこと，河川流量の変動が激しいこと，等の流出特性が原因となって土石流や洪水などにより大きな被害をもたらしてきた．この被害を軽減するためには，ダム，堤防等のハード面の整備だけではなく，降雨量および流出量の予測や，その情報を用いたダム制御や避難情報の提供等のソフト面からのアプローチが必要である．後者のアプローチの一つとして洪水到達時間を超えるような長いリードタイムの洪水予測を行う場合 30 分〜数時間，1〜10 km のスケールの降雨予測が必要となり，それを行うのが短時間降雨予測である．短時間降雨予測を困難にしている要因として大気中の対流現象のメカニズムが明らかにされていないことがある．特に日本では複雑な地形による大気の乱れが存在し，更に豪雨の一般形態が雹，霰，氷晶等の氷を含む Cold Rain であることから，地形が局地的豪雨に与える影響の理解は非常に困難な状況であり，その予測も難しい．この問題に対して，現在の観測網では積雲自体の時間的，空間的スケールの集中性，局地性が問題となり，十分なデータが得られていない．そこで局地的豪雨と地形の関係を物理的根拠をもって解明するために筆者らは高橋ら [1] の開発したパラメタライズされない雲の微物理過程を含む積雲対流モデルを用い，地形の影響を初期鉛直上昇流という形で導入して数値実験を行った [2]．このような研究をもとに本研究では下図にイラストで示したように計算領域に直接山岳を導入し，山岳の高さ，風のシアとの関係などさらに詳細に解明することを目的とする．

積雲対流モデルの式系には大きく分けて二つのタイプがあり，一つは気圧の時間変化項を含まないタイプ (Anelastic,AE-系) であり，もう一つはそれを含むタイプ (Elastic,E-系) である．本研究で用いた積雲対流モデルは気圧を求めるのに運動方程式を 1 階微分して得られる 2 階偏微分方程式 (Poisson 方程式) を解くことによって求める AE-系を用いている．AE-系では音波の影響などを考慮しなくても良い反面，地形を導入し座標変換すると Poisson 方程式を解くのが困難になり，そのため AE-系の式系を用いてかつ地形を直接導入した数値実験の事例はほとんど行われていない．



本研究では，テンソル解析の手法を用いて直交座標系での基礎式を，一般化座標系 (σ座標系) に変換する．テンソル解析を用いるのは，基礎式の各項をテンソルとして扱うことにより，テンソルの性質として既知の様々な解析手法を利用することができるからである．本研究では次のような鉛直座標を用いた．

$$\overline{x}^3 = \sigma = H(\frac{z - z_g}{H - z_g}) \tag{1}$$

ここで $\overline{x}^3$ は変換後の鉛直座標， H は計算領域の高さ，z_g は山岳の標高で x，y の関数である．水平方向には変換前と同じ座標を用いた．

2. 一般化座標系における支配方程式 テンソル解析の手法を用いて基礎式を直交座標系からσ座標系に変換する．モデルにおいて特に重要な運動方程式と気圧の式について変換前と変換後の式を以下に示す．各項右下の添字 i，j はそれぞれ変換前の式系では x^i，x^j 方向の微分を表し，変換後の式系では$\overline{x}^i$方向，$\overline{x}^j$方向の微分を表す．はじめに直交座標系における運動方程式と気圧の式を以下に示す．

運動方程式

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\{\frac{1}{\rho_0}(\rho_0 u^i)\} &= -\frac{1}{\rho_0}(\rho_0 u^i u^j)_{,j} - (C_p\theta_0\delta^{ij}\pi')_{,j} \\ &+ \delta^{i3}g(\frac{\overline{\theta}'}{\theta_0} + 0.61Q'_v - Q_w) + F^{ij}_{,j}\end{aligned} \tag{2}$$

ただし式中の F^{ij} は

$$F^{ij} = K_m(\frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i}) \tag{3}$$

である．また，ρ_0 は大気の密度，u^i は x^i 方向の風速，C_p は定圧比熱，θ_0 は温位の初期値，π' は無次元化した圧力，g は重力加速度，Q_v は水蒸気混合比，Q_w は全ての降水粒子の混合比の和，K_m は渦拡散係数で

あり，各変数で右上に′のついた変数は差分空間内の平均値からのずれを表す．

気圧の式

$$\begin{aligned}(C_p\theta_0\pi'\delta^{ij})_{,ji} &= -\frac{1}{\rho_0}(\rho_0 u^i u^j)_{,ji} + \delta^{i3}[g(\frac{\overline{\theta}'}{\theta_0} + 0.61Q_v' - Q_w)]_{,i} \\ &+ \frac{1}{\rho_0}(\rho_0 F^{ij})_{,ji} - \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{\rho_0}(\rho_0 u^i)_{,i} \end{aligned} \tag{4}$$

次にσ座標系に変換した後の運動方程式と気圧の式を以下に示す．

運動方程式

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\{\frac{1}{\rho_0}(\rho_0\overline{u}^i)\} &= -\frac{1}{\rho_0}(\rho_0\overline{u}^i\overline{u}^j)_{,j} - (C_p\theta_0\overline{\delta^{ij}}\pi')_{,j} \\ &+ \overline{\delta^{i3}}g(\frac{\overline{\theta'}}{\theta_0} + 0.61Q_v' - Q_w) + \overline{F}^{ik}_{,j}\end{aligned} \tag{5}$$

気圧の式

$$\begin{aligned}(C_p\theta_0\pi' G^{ij})_{,ji} &= -\frac{1}{\rho_0}(\rho_0\overline{u}^i\overline{u}^j)_{,ji} + \frac{\partial\overline{x}^3}{\partial x^3}g(\frac{\overline{\theta}'}{\theta 0} + 0.61Q_v' - Q_w)_{,3} \\ &+ \frac{1}{\rho_0}(\rho_0\overline{F}^{ij})_{,ji} - \frac{\partial}{\partial t}\{\frac{1}{\rho_0}(\rho_0\overline{u}^i)_{i}\}\end{aligned} \tag{6}$$

各項を例えば $(\rho_0\overline{u}^i\overline{u}^j)$ や $(C_p\theta_0\pi' G^{ij})$ を $\overline{A}^{ij}$ という 2 階反変テンソルとみなし，$(\rho_0\overline{u}^i\overline{u}^j)_{,j}$ や $(C_p\theta_0\overline{\delta^{ij}}\pi')_{,j}$ を $\overline{A}^{ij}_{,j}$ という，1 階反変テンソルとみなして 第二種 Christophel 記号という次のような作用素を用いて共変微分する．

$$\begin{pmatrix} i & \\ m & n \end{pmatrix} = \frac{\partial^2 x^j}{\partial\overline{x}^m\partial\overline{x}^n}\cdot\frac{\partial\overline{x}^i}{\partial x^j} \tag{7}$$

$$\overline{A}^i_{,i} = \frac{\partial}{\partial\overline{x}^i}(\overline{A}^i) + \begin{pmatrix} i & \\ l & i \end{pmatrix}\overline{A}^l = \frac{1}{G^{1/2}}\frac{\partial}{\partial\overline{x}^l}(G^{1/2}\overline{A}^l) \tag{8}$$

$$\overline{A}^{ij}_{,j} = \frac{1}{G^{1/2}}\frac{\partial}{\partial\overline{x}^j}(G^{1/2}\overline{A}^{ij}) + \overline{A}^{mn}\begin{pmatrix} i & \\ m & n \end{pmatrix} \tag{9}$$

ただし，式中の記号 $G^{1/2}$，G^{ij} は以下に示すものである．

ヤコビアン

$$G^{1/2} = \frac{H - z_g}{H} \tag{10}$$

計量テンソル

$$G^{ij} = \frac{\partial\overline{x}^i}{\partial x^m}\frac{\partial\overline{x}^j}{\partial x^n} \tag{11}$$

3.Poisson 方程式 (気圧の式) の解法　本研究で用いた積雲対流モデルは上述のように気圧を二階偏微分方程式 (Poisson 方程式) を解くことによって求めるタイプの AE-系 を用いており，Poisson 方程式は高速フーリエ変換 (FFT) を用いて解く．AE-系で地形を導入した場合，1．で述べたような問題がある．具体的に述べると，式 (6) を式 (8)，式 (9) に従って展開すると直交座標系の場合には存在しなかった項を計算しなければならない．この問題を解決するために，それらの項を式 (6) の右辺にまとめ，左辺に注目すれば$\frac{\partial^2\pi'}{\partial x^i\partial x^j}$という式 (4) と同じ形にした後，直交座標系での Poisson 方程式を解くのに用いていたプログラムを利用して解く，という方法を用いた．以上に述べた積雲対流モデルによる数値実験の結果とその考察は講演時に述べる．

参考文献

[1] 高橋　劭・阿波田　康裕 (1993):詳細な雲の微物理過程を導入した二次元積雲の数値実験
,京都大学防災研究所年報, 第 36 号 B−2 ,pp.189−217

[2] 大石　哲・木谷有吾・中北英一・池淵周一 (1995):2 次元積雲モデルを用いた降水過程における鉛直上昇流の影響に関する研究，水理講演会