

II-7

降雨時系列にみられるカオスについて

九州大学大学院 学生員 田中 哲也 九州大学工学部 正 員 平野 宗夫
九州大学工学部 正 員 森山 聡之

1. 目的 降雨の時空間特性の検討は、計画降雨を決める際に重要であると同時に、降雨予測を行う際の重要なキーポイントとなる。なぜなら、気象現象は非線型現象であるので、数値予測をする場合には初期値依存性を持つ。即ち、変数の初期値が仮に1%異なっただとしてもある一定時間経過すると全く異なった予測結果になってしまう性質のことである。これは有限桁数の計算しか行わないデジタル計算機にとって正確な予測を行うことは不可能であるという示唆を含んでいる。したがって、降雨予測を行う場合には、どこまでリードタイムが許されるかという限界を明らかにしなければ、数値予測で求められた結果は全く信頼できないものと考えられる。しかし実際は現場の要求から決められたリードタイムをそのまま採用して予測を試みている例が非常に多い。本研究では降雨時系列をカオスの解析手法である時間遅れの方法により解析し、その予測可能性を検討し、降雨予測の際のリードタイムを決める一助にしようとするものである。

2. 解析手法とデータ

1) 解析手法 フーリエ解析は動的挙動を特徴づける1手法であるが、ホワイトノイズと少数自由度のカオスとを区別することはできない。そこでTakensの埋め込み定理を応用した時間遅れの方法を用いて、観測された1変数の時系列データから n 次元相空間上の軌道を再構成する。
(τ : 遅れ時間)

$$\begin{array}{l} X(t_1) \dots\dots\dots X(t_N) \\ X(t_1+\tau) \dots\dots\dots X(t_N+\tau) \\ \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ X(t_1+(n-1)\tau) \dots\dots\dots X(t_N+(n-1)\tau) \end{array}$$

そこで次式で定義される相関積分 $C(r)$ を用いて各相空間上のアトラクタのフラクタル次元を求める。

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N H(r|\vec{X}_i - \vec{X}_j|) \quad (1)$$

ただし $H(t)$ はヘビサイト関数

この相関関数 $C(r)$ と空間の測度 r とを両対数上でプロットをとってグラフにおける適当な r の範囲内での直線部分の傾きを求める。すなわち、その勾配 d がアトラクタのフラクタル次元となる。カオスであれば、相空間次元にかかわらず一定値に収束し、ホワイトノイズであれば収束しない。収束したときの勾配を D とすると、そのときの系の自由度 f は

$$D \leq f < D+1 \quad (2)$$

を満たす。こうして降雨時系列データに対してアトラクタを再構成し、そのフラクタル次元を求めることによりカオスであるか判定され、系の自由度が算定される。

2) 解析手法上の注意点 実データを解析対象としたとき時間遅れ τ の決定は重要である。 τ が小さすぎると再構成状態空間内のデータは極端に相関が大きくなる。例えば、2次元再構成状態空間へ埋め込んだ場合、再構成されたアトラクタは傾きが45度の直線近傍上に分布することになる。この τ の最適な決定法については、いくつかあるが、今回の解析では観測された時系列の自己相関関数が最初に0となる時刻を τ とした。

3) データ 今回用いたデータは雲仙岳測候所において観測された年最大日雨量、年最大1時間雨量、年最大10分間雨量、及び、時間刻み1時間と10分データである。また、模擬データとしてホワイトノイズ（データ数100個）を用意した。ここで連続降雨データの決め方であるが、0が12個並んだ時点で1つの降雨データとして取り扱った。

3. 解析結果と考察 今回の解析データを用いて相関次元解析を行った結果を図-1、図-2に示す。図-1は(1)式で計算した $C(r)$ 、図-2は図-1の傾きから求められたアトラクタのフラクタル次元で

ある。今回、解析に用いたすべてのデータにおいてカオス性がみられた。すなわち、 n の増加にともない d が飽和してゆき、漸近していく値 D があるということである。年最大日雨量、年最大1時間雨量、年最大10分間雨量のアトラクタのフラクタル次元は3.42, 3.13, 3.39, 時間刻み1時間の連続降雨は、3.26~3.78, 平均3.53, 時間刻み10分間の連続降雨は、2.89~4.21, 平均3.59, であった。したがって、降雨時系列の自由度は4ということになる。すなわち時間降雨時系列を力学系として捉えた場合、独立変数が4という単純な時系列であるといえる。一般に自由度が4以下のカオスならば、短時間の予測可能と考えられているので、降雨時系列は、自由度4以下の少数自由度の決定論的カオスとして短時間の降雨予測は可能であると判断される。

4. 結論 今回行った解析では、すべての降雨量が予測可能であるという結論になったが、データ数が少ないため、その信頼性に若干の疑問が残る。連続雨量については1時間、10分ステップの地上雨量のデータを用いたが、降水レーダにより観測された、さらに細かい時間ステップのデータを解析する事によりデータ数が増加し信頼性が向上すると思われる。しかしながら、相関次元解析に必要な総データ数やスケーリング領域の問題など、まだはつきりしない部分が多い。また、幾何学的な次元解析のみによるカオス性解析では、定量的評価に限界があるので、今後の課題として、力学的なりアブノフスペクトラムを推定するなどして、様々な側面から十分な解析を行い、降雨予測への適用を図りたい。また、今回連続雨量は地上雨量計により観測された10分間雨量を用いたが、降水レーダにより観測されたより細かい時間ステップの雨量を用いる事によりデータ数を増加させて解析の信頼性を向上させたい。

参考文献

- 1) 合原一幸編著：ニューラルシステムにおけるカオス，東京電気大学出版局，1993
- 2) 小川進・荒井美紀：カオスと降雨時系列の自由度，水文・水資源学会研究発表会要旨集，1994

7/28-8/2次元解析グラフ

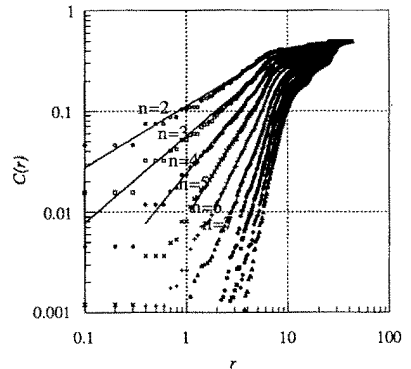


図-1.相関積分と空間の測度の関係

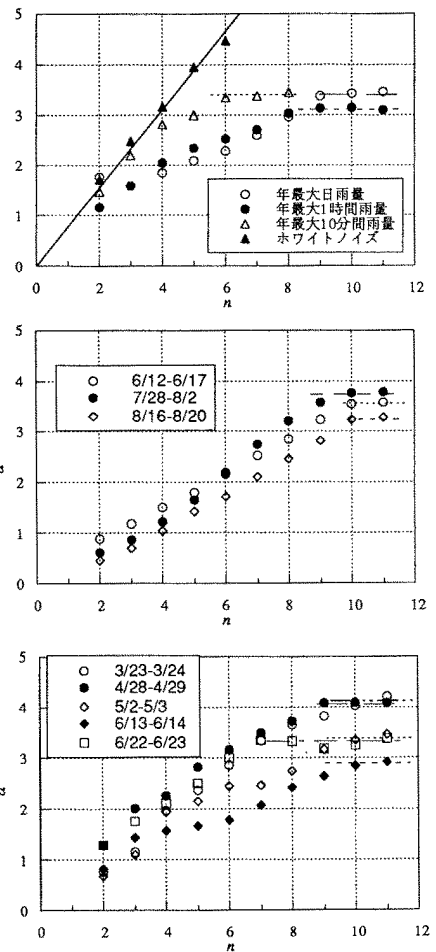


図-2.アトラクタのフラクタル次元