

水文頻度解析の古くて新しいパラダイム

京都大学防災研究所 正員 宝 馨

提案： 水文頻度解析モデルに物理的（水文学的）意味のある上下限値を導入しよう。

1. 背景と問題の所在 洪水や渇水などの生起特性を確率論的に解析するようになったのは1910年代米国においてである。その後、1930年代には米・独・仏などで対数正規分布や極値分布の研究が進められた。わが国では、戦後、岩井(1947)がそれらの研究を紹介するとともに、対数正規分布の解法を詳細に吟味し（岩井, 1949a）、さらにわが国の主要河川に適用した（岩井, 1949b）。石原・岩井(1949)は、このような水文統計学（水文頻度解析）の考え方を河川計画へ導入することを提案した。こうした経緯ののち、1958（昭和33）年の建設省「河川砂防技術基準（案）」において計画高水流量の決定に際して確率洪水概念を基準とすることが明確化され、今日の河川計画に定着するに至ったのである。

ところで、極値理論などの数学的極限操作によって導かれた分布の値域は有限でない場合が多い。因みに、現在、水文頻度解析で多用されている確率分布も、変量の値域が、下限値無限小・上限値無限大（Gumbel分布、正規分布）や下限有限・上限無限大（3母数の対数正規分布やPearson III型（ガンマ）分布など）である。数学的にはそれでよいし、工学的にもそれらの分布の有用性は明らかである。しかし、本来、河川流量や降雨量などの物理量の下限値は負値ではありえない。上限値にしても無限大ではなく何らかの物理的限界があるはずである。「水文」頻度解析と言うからには変量の物理性を考慮すべきであり、下限値母数を単なる位置母数（データに対する適合度向上のための自由パラメタ）とみなして負の推定値であってもそれを容認したり、上限無限大の確率分布を慣例的に用いたりすることに科学的合理性はない。

上限値の存在や下限値母数の推定値の正負が深刻に議論されてこなかったのはなぜであろうか。調べてみると、岩井は、当初、日降水の解析における負の下限値推定や、上限値としての絶対最大洪水について言及し、上下限有限分布の有用性・可能性を指摘していた（岩井(1947)のp.101）。しかし、その後、上下限値の推定の難しさ（数学的にも水文学的にも）から、「（上限値の存否については）微積分における極限論の意味に解すれば、必ずしもこれにこだわらなくてもよいと思う」と述べている（岩井(1949b)のp.31）。角屋は、下限定数の正負にこだわる必要はないとし、上下限有限の分布の採用についても、数学的処理の煩雑さ及び雨量・洪水量データの形状等から判断して否定的な見解を示している（角屋(1962)のp.16）。岩井は、その後も、推定された下限値の「正負にこだわる必要はないが、（負の場合は）計算簡易化のため0とすることもある」という曖昧な取り扱いを述べている（岩井・石黒(1970)のp.80）。そのような考え方が受け入れられたまま、角屋(1964)の「水文統計論」によってわが国の水文頻度解析手法が体系的に一応確立され、角屋(1964)と角屋の成果を多く取り入れた岩井・石黒(1970)の書が実務家のバイブル的な役割を果たしながら現在に至っていると言える。

2. パラダイムシフトの可能性 Gumbelによる極値理論の応用、岩井や角屋の手法・提案は、わが国の水文統計において多大な役割を果たしてきた。とはいっても、彼らの論文が発表された時点から既に30～50年経過している。当時は、水文データも少なく（多くの場合小標本であった）、母数推定の計算にも大変な労力を要した。したがって、図式推定法も多用された。現代の状況はどうであろうか。水文データの蓄積が進み、水文・気象観測の方法も格段に進歩した。新しい数理統計の手法の開発や、コンピュータの性能の向上も著しい。いまだ開発途上とは言え、気象力学的数値モデルによる豪雨解析、分布型流出モデルによる洪水解析などの物理モデルによる数値シミュレーションの精度向上も期待できよう。しかるに実務においては旧来のやり方をほとんど踏襲している。現代的な理論と方法で、そのようなやり方をブレイクスルーできる環境が形成されつつあると言える。数理統計的な理論・手法を水文データに単に適用（借用？）するのではなく、真の（科学的に合理性のある）「水文」頻度解析を確立できる時代がいよいよ到来したのである。

3. 本提案の意義 ここで、上下限値を物理量として導入することの意義を明らかにしておく。

（1）科学的合理性： 水文・気象学、数理統計学のさらなる連携（融合）、すなわち、学際的研究の促進

表1： 上下限値の導入と既存の手法（3母数対数正規分布）の比較（大津の年最大日降水量）

確率分布	下限値 [mm]	上限値 [mm]	適合度評価規準		100年確率降水量の Bootstrap 推定値と 標準誤差* [mm]
			SLSC	COR	
Slade 型分布（上限値は日本のPMP）	18.0	1311	0.0232	0.9943	206.5 (13.2)*
3母数対数正規分布（岩井改良法）	18.0	∞	0.0223	0.9947	211.0 (14.4)*
3母数対数正規分布（3母数とも最尤法）	35.4	∞	0.0225	0.9956	229.2 (23.8)*

により科学的合理性のある研究成果が期待できる。

（2）実用的合理性：（その1）外挿部（分布の両裾部）の不安定性の軽減。すなわち、確率降水量推定精度の向上が期待できる。表1は、その1例である（宝ら, 1995）。大津の年最大日降水量（1912～1985）に3母数対数正規分布とSlade型の両側有限分布（岩井, 1949a）を当てはめた。岩井のクオンタイル法で求めた下限値母数は18.0 mmであった。Slade型分布の上限値は、日本の極値降水量記録から統計的に推定した可能最大降水（PMP, probable maximum precipitation）を用いた。参考のため、3母数対数正規分布のすべての母数を最尤法で求めた場合についても表1の中に併記した。Slade型分布（本質的には4母数の対数正規分布）は、上下限値を固定しても、従来の3母数対数正規分布とほぼ同じ程度の優れた適合度（SLSC～0.02, COR～0.995；宝・高樺(1988,1989)を見よ）を示している。Bootstrap法（宝・高樺, 1988）により100年確率降水量の推定値とその変動を調べた。上限有限の分布は、上限無限大の分布よりも100年確率降水量の変動が小さいことが表1に例示されている。（その2）従来より、20年や30年分の資料（小標本）から100年や200年確率降水量がどうして精度よく見積もれるだろうか、という問題が懸案であった。いわゆる小標本に対する外挿推定の問題である。小標本であっても、確たる上下限値が与えられれば、外挿の問題ではなく内挿の問題になるので確率降水量の推定値の信頼性は格段に向上するはずである。小標本の場合には、何らかの確率分布を用いるパラメトリックな手法は適当でない。物理的考察により与えられる上下限値を手がかりとしたノンパラメトリックな手法の開発が今後の課題となる。

（3）地球温暖化問題への対応：温暖化により降水が増加（減少）すると確率降水量がどう変化するか、といった問題に対して、上下限無限の確率分布はほとんど無力であろう。可能最大（最小）降水量が温暖化によってどう変わるかという気候学（あるいは気象学）的観点から上下限値の推定値が与えられれば、それを導入することにより、両側有界分布を用いてその問題に答えを出すことができる。

4. おわりに これまでのような統計的（statistical）側面の強かった解析から、物理性を考慮した確率過程的（stochastic）な解析へのパラダイムシフトが必要である。古くから認識されていたができなかったことが実現可能な時代であるという認識を持ってこの分野を発展させていきたいものである。

参 考 文 献

- 石原藤次郎・岩井重久 (1949), 水文統計学上より見た本邦河川計画の合理化について, 土木学会誌, 第34巻, 第4号, pp. 24-29.
- 岩井重久 (1947), 水文学における非対称分布に就て, 土木学会論文集, 第1, 2号合併号, pp. 93-116.
- 岩井重久 (1949a), Slade型分布の非対称性の吟味及びその2, 3の解法, 土木学会論文集, 第4号, pp. 84-104.
- 岩井重久 (1949b), 確率洪水推定法とその本邦河川への適用, 統計数理研究, 第2巻, 第3号, pp. 21-36.
- 岩井重久・石黒政儀 (1970), 応用水文統計学, 森北出版, 370 pp.
- 角屋 睦 (1962), 対数正規分布の適用範囲, 農業土木研究, 別冊第3号, pp. 12-16.
- 角屋 睦 (1964), 水文統計論, 水工学シリーズ, 土木学会水理委員会, 64-02, 59 pp.
- 宝 馨・Stedinger, J.R.・山田貴史 (1994), 3母数対数正規分布の下限値推定について, 水文・水資源学会1994年研究発表会要旨集, pp. 250-253.
- 宝 馨・高樺琢馬 (1988), 水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準, 土木学会論文集, 第393号/II-9, pp. 151-160; 宝・高樺 (1989), 合田良実の討議に対する回答, 土木学会論文集, 第405号/II-11, pp. 267-272.
- 宝 馨・友杉邦雄・高樺琢馬・小林健一郎 (1995), 上下限値をもつ確率分布の豪雨頻度解析への適用, 平成7年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, II-34, 4 pp.