

I-755

橋梁の渦励振の3次元応答解析と風洞実験

(株)ニチゾウテック 正員 南條正洋 関西電力(株) 正員 小笠原正治
日立造船(株) 正員 山村信道 (株)ニチゾウテック 正員 畑中章秀

1. まえがき

渦励振による応答は、一般に風洞実験で検討されるが、2次元模型と3次元模型とで応答の相違がある。特に、解析上では、共振状態での励振力の空間相関が不明確である。以下には、これらの難点に対応する一手法として、空間修正関数を考慮した3次元応答解析と風洞実験の結果を報告する。

2. 渦励振の応答解析

3次元(骨組)構造系の渦励振に対する運動方程式を、次式で表す。

$$X_n''(t) + 2\tilde{h}_n \cdot \tilde{\omega}_n \cdot X_n'(t) + \tilde{\omega}_n^2 \cdot X_n(t) = \{ \phi_{in} \}^T \cdot \{ F_i(t) \} / M_n^* \quad (1)$$

ここに、 $X_n(t)$: 基準座標, $\tilde{h}_n$: 有風時(構造+空力)の減衰定数¹⁾, $\tilde{\omega}_n$: 有風時の角速度¹⁾, ϕ_{in} : モード縦距, $F_i(t)$: 渦励振力(自励空気力を含む), $M_n^* = \{ \phi_{in} \}^T \cdot [M] \cdot \{ \phi_{in} \}$, $[M]$: 質量行列である。 $\tilde{h}_n$ は励振方向の非定常空気力係数を除いた値とする。渦励振力 $\{ F_i(t) \}$ は、Scanlan²⁾らの非線型モデルに準じて、揚力成分 $L_i(t)$, モーメント成分 $M_i(t)$ を次式のように表す(水平部材の場合)。

$$\left. \begin{aligned} L_i(t) &= (\rho \cdot V_i^2 / 2) \cdot B_i \cdot K_{in}^* \cdot H_{vi}^* \cdot \{ 1 - \xi_i^2 \cdot y_i(t)^2 / B_i^2 \} \cdot \{ y_i'(t) / V_i \} \cdot L_i \\ M_i(t) &= (\rho \cdot V_i^2 / 2) \cdot B_i^2 \cdot K_{in}^* \cdot A_{vi}^* \cdot \{ 1 - \eta_i^2 \cdot \alpha_i(t)^2 \} \cdot \{ B_i \cdot \alpha_i'(t) / V_i \} \cdot L_i \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 ρ : 空気密度, V_i : 風速, B_i : 気流方向の部材幅, $K_{in}^* = B_i \cdot \tilde{\omega}_n / V_i$: 無次元振動数, $H_{vi}^* \cdot A_{vi}^*$: 揚力・モーメントの励振力係数, $\xi_i \cdot \eta_i$: 非線型応答係数, $y_i(t) \cdot \alpha_i(t)$: 鉛直・ねじれ変位である。基準座標 X_{0n} は、1周期($T = 2\pi / \tilde{\omega}_n$)内の励振エネルギーと減衰エネルギーを等置して得られる。ここで、共振状態での $\{ F_i(t) \}$ の空間修正関数を $J_{ij}^2(\tilde{f}_n)$ とすれば、

$$\left. \begin{aligned} R_{1i} &= 4B_i^2 \cdot H_{vi}^* \cdot (\phi_{vi}^y)^2 \cdot L_i, & R_{2i} &= H_{vi}^* \cdot \xi_i^2 \cdot (\phi_{vi}^y)^4 \cdot L_i & (\text{鉛直励振時}) \\ R_{1i} &= 4B_i^4 \cdot A_{vi}^* \cdot (\phi_{vi}^a)^2 \cdot L_i, & R_{2i} &= B_i^4 \cdot A_{vi}^* \cdot \eta_i^2 \cdot (\phi_{vi}^a)^4 \cdot L_i & (\text{ねじれ励振時}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$A = \sum_i J_{ij}^2(\tilde{f}_n) \cdot R_{2i} \cdot R_{2j}, \quad B = \sum_i J_{ij}^2(\tilde{f}_n) \cdot (R_{1i} \cdot R_{2j} + R_{2i} \cdot R_{1j}), \quad C = \sum_i J_{ij}^2(\tilde{f}_n) \cdot R_{1i} \cdot R_{1j} - (16 \tilde{h}_n \cdot M_n^* / \rho)^2 \quad (4)$$

$$A \cdot X_{0n}^4 - B \cdot X_{0n}^2 + C = 0, \quad X_{0n}^2 = [B - (B^2 - 4A \cdot C)^{1/2}] / (2A) \quad (5)$$

である。式中の $H_{vi}^* \cdot A_{vi}^* \cdot \xi_i \cdot \eta_i$ は、2次元模型の構造減衰定数 $h_1 \cdot h_2$ に対応する同風速(=V)時の振幅を $X_{01} \cdot X_{02}$, 角速度を $\tilde{\omega}_1 \cdot \tilde{\omega}_2$ とし、無風時の角速度を ω_y (鉛直)・ ω_a (ねじれ)とすれば、次式の値となる。

$$H_v^* = \frac{4m \cdot \{ h_1^* \cdot (\omega_y / \tilde{\omega}_1) - h_2^* \cdot (\omega_y / \tilde{\omega}_2) \cdot (X_{01}^y / X_{02}^y)^2 \}}{J(\tilde{f}) \cdot \rho \cdot B^2 \cdot \{ 1 - (X_{01}^y / X_{02}^y)^2 \}}, \quad A_v^* = \frac{4I_p \cdot \{ h_1^a \cdot (\omega_a / \tilde{\omega}_1) - h_2^a \cdot (\omega_a / \tilde{\omega}_2) \cdot (X_{01}^a / X_{02}^a)^2 \}}{J(\tilde{f}) \cdot \rho \cdot B^4 \cdot \{ 1 - (X_{01}^a / X_{02}^a)^2 \}} \quad (6)$$

$$\xi = (2B / X_{01}^y) \cdot \left[1 - \frac{4m \cdot h_1^* \cdot (\omega_y / \tilde{\omega}_1)}{J(\tilde{f}) \cdot \rho \cdot B^2 \cdot H_v^*} \right]^{1/2}, \quad \eta = (2 / X_{01}^a) \cdot \left[1 - \frac{4I_p \cdot h_1^a \cdot (\omega_a / \tilde{\omega}_1)}{J(\tilde{f}) \cdot \rho \cdot B^4 \cdot A_v^*} \right]^{1/2} \quad (7)$$

ここに、 m : 2次元模型の質量分布, I_p : 極慣性モーメント(単位長), B : 気流方向の幅, $\tilde{f} = (\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2) / 4\pi$, $J(\tilde{f})$: 模型の空間修正関数

以上の諸式は水平部材の渦励振を示すが、座標変換により、その他の場合も同様に定式化される。

3. 応答解と実験値の比較

図-1の斜張橋をモデルとして、2次元模型(2D: 1/25)と3次元模型(3D: 1/85)の一樣流、および、乱流($I_u = 6 \sim 7\%$: $I_w / I_u = 0.85 \sim 1$)による主桁の渦励振の振幅を計測した。図-2に、模型が振動時・静止状態での

後流の相互相関係数を示す。図示の k 値は空間修正係数（decay factor）であり、 $R(\Delta L, 0)/R(0, 0) \cong \sqrt{\text{Coh}}$ と仮定して計測値から逆算した値である。図-3に、2次元模型の $V-A$ 曲線を示す。応答解析の結果と2次元模型による実橋振幅の予測値（質量減衰パラメータ： $M_{eq} \cdot h/(\rho \cdot D^2)$ 、または、 $I_{eq} \cdot h/(\rho \cdot D^4)$ による補間値）、および、3次元模型の予測値（実橋換算： M_n^* の比で補正した値）を表-1に比較する。

4. まとめ

空間修正関数を加えた渦励振の応答解析により、一様流・乱流の場合とも、3次元模型とよく一致する結果を得た。2次元模型による振幅の予測値は、概して過大である。渦励振時の空間修正係数 k は、自然風に対するガスト応答の場合などより、はるかに小さい。

参考文献：1) Tanaka, Yamamura and Shiraishi : Multi-Mode Flutter Analysis and Two & Three Dimensional Model Tests on Bridges with Non-Analogous Modal Shapes. Jour. SME, JSCE, 471 / I-24 2) Simiu and Scanlan : Wind Effects on Structures. John Wiley, 1978 3) 田中・山村・南條他：長大斜張橋（架設系）のガスト応答解析と3次元模型試験。土木学会他・構造工学論文集, 37A, 1991

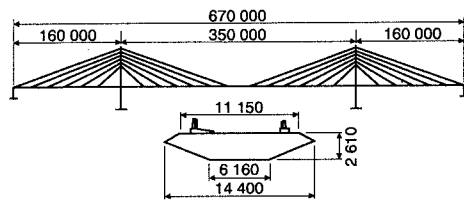


図-1 斜張橋の諸元

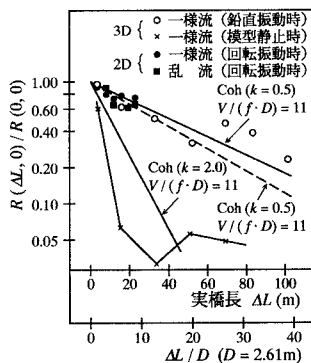
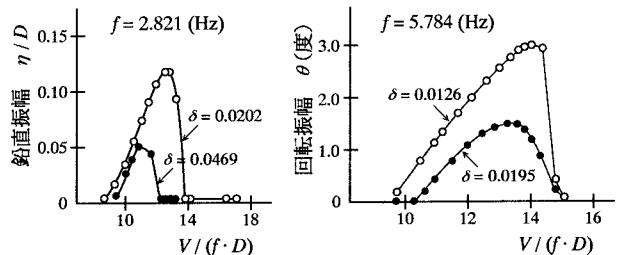
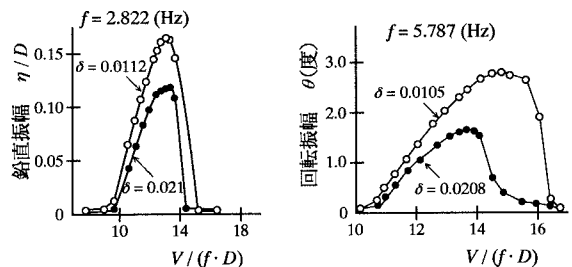


図-2 後流（変動成分）の相互相関係数



(a) 一様流



(b) 格子乱流 ($I_u = 6 \sim 7\%$)

図-3 渦励振による2次元模型の振幅

表-1 渦励振による最大応答振幅の比較

気 流 状 態	一様流 ($k = 0.5$)			乱流 ($I_u = 6 \sim 7\% \cdot k = 0.6$)		
振動モード	鉛 直 (Sym. 1)	鉛 直 (Asym. 1)	ね じ れ (Sym. 1)	鉛 直 (Sym. 1)	鉛 直 (Asym. 1)	ね じ れ (Sym. 1)
振幅の着目点	(L/2) 点	(L/4) 点	(L/2) 点	(L/2) 点	(L/4) 点	(L/2) 点
実橋振動数 f (Hz)	0.3204	0.4355	1.7368	0.3204	0.4355	1.7368
構造減衰率 δ	0.0219	0.0216	0.0131	0.0217	0.0168	0.0135
応答解	最大振幅 (m, 度) 発生風速 (m/s)	0.224 10.60	0.129 12.60	1.134 60.00	0.076 10.40	発生せず 60.80
2次元模型	最大振幅 (m, 度) 発生風速 (m/s)	0.296 10.46	0.282 14.21	3.042 64.10	0.332 11.29	0.371 15.34
3次元模型	最大振幅 (m, 度) 発生風速 (m/s)	0.234 9.73	0.141 13.00	1.003 62.34	0.055 9.74	1.044 64.36

(注) 2D：格子乱流，3D：境界層乱流， $I_w/I_u = 0.85 \sim 1$