

I-742

非定常空気力の有限次数近似モデルを用いた橋桁のフラッター解析

名古屋工業大学 正員 岩本政巳 セントラルコンサルタント 正員 栗田 稔
 名古屋工業大学 学生員 戸本直弥 東京大学 正員 藤野陽三

1 はじめに

橋梁のフラッター、ガスト応答解析に用いる非定常空気力として、従来の振動数依存型のモデルに代わる有限次数近似モデルが提案されている¹⁾。このモデルは、風速のみに依存する形での状態方程式の定式化を可能とするため、フラッター解析における繰り返し計算を軽減することができるほか、ガスト応答、アクティブコントロール等についての時間領域での解析にも適している。本研究では、平板翼空気力の作用する橋桁を対象に非定常空気力の有限次数近似モデルを用いたフラッター解析を行うとともに、同モデルと一般減衰振動下の平板翼についての理論解である一般 Theodorsen 関数²⁾による非定常空気力との関連についての考察を行う。

2 非定常空気力の有限次数近似モデル

風速 U の気流中で桁幅 B の2次元橋桁が鉛直たわみ z 、ねじれ θ の2自由度で任意運動しているときの、非定常揚力 L 及び空力モーメント M についての有限次数近似モデル(慣性項は省略)は次式で表せる。

$$\begin{cases} \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} \\ \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2} \end{cases} = \mathbf{A}_0 \begin{Bmatrix} \frac{z}{B} \\ \theta \end{Bmatrix} + \frac{B}{U} \mathbf{A}_1 \begin{Bmatrix} \dot{\frac{z}{B}} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^{n_1} \begin{Bmatrix} x_{2i-1} \\ x_{2i} \end{Bmatrix}, \quad \frac{B}{U} \begin{Bmatrix} \dot{x}_{2i-1} \\ \dot{x}_{2i} \end{Bmatrix} = -\lambda_i \begin{Bmatrix} x_{2i-1} \\ x_{2i} \end{Bmatrix} + \mathbf{A}_{i+1} \begin{Bmatrix} \frac{z}{B} \\ \theta \end{Bmatrix} \quad 1=1, \dots, n_1 \quad (1a, 1b)$$

ここに、 ρ は空気密度、 x_m ($m=1, \dots, 2n_1$) は補助変数、 n_1 は近似モデルの次数である。 n_1 を増やすことにより近似モデルの精度は向上するが、自由度が増大する。 $\mathbf{A}_0$ 、 $\mathbf{A}_1$ 、 $\mathbf{A}_{i+1}$ および λ_i ($i=1, \dots, n_1$) は近似モデルにおける非定常空気力マトリクスおよびパラメータである。これらは断面形状のみにより定まる。

一般減衰振動を仮定し、 $z = \bar{z}e^{st}$ 、 $\theta = \bar{\theta}e^{st}$ 、 $x_m = \bar{x}_m e^{st}$ ($\bar{z}$ 、 $\bar{\theta}$ 、 $\bar{x}_m$ は複素振幅、 s はラプラス変換パラメータ ($= -\xi\omega + i\omega\sqrt{1-\xi^2}$)、 ω は振動数、 ξ は減衰定数、 i は虚数単位) を式(1)に代入すると、振動数表示形式の有限次数近似モデルを得る。

$$\begin{cases} \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} \\ \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 B^2} \end{cases} = \left(\mathbf{A}_0 + s^* \mathbf{A}_1 + \sum_{i=1}^{n_1} \frac{1}{\lambda_i + s^*} \mathbf{A}_{i+1} \right) \begin{Bmatrix} \frac{z}{B} \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここに、 s^* は無次元ラプラス変換パラメータ ($= Bs/U$) である。対応する振動数領域での非定常空気力は次のように表される。

$$\begin{cases} L = -\pi\rho B^3 s^2 \left[(L_{zR} + iL_{zI}) \frac{z}{B} + (L_{\theta R} + iL_{\theta I}) \theta \right] \\ M = -\pi\rho B^4 s^2 \left[(M_{zR} + iM_{zI}) \frac{z}{B} + (M_{\theta R} + iM_{\theta I}) \theta \right] \end{cases} \quad (3)$$

ここに、 L_{zR} 、 L_{zI} 、 $L_{\theta R}$ 、 $L_{\theta I}$ 、 M_{zR} 、 M_{zI} 、 $M_{\theta R}$ および $M_{\theta I}$ は s^* の関数で表される非定常空気力係数である。式(2)の $\mathbf{A}_0$ 、 $\mathbf{A}_1$ 、 $\mathbf{A}_{i+1}$ および λ_i は、式(3)の非定常空気力係数より最小2乗法などのパラメータ推定手法を用いて決定される。通常用いられる振動数領域での非定常空気力係数は調和振動を仮定して求められているため、 $s = i\omega$ 、 $s^* = iB\omega/U$ とした上で近似モデルが構築される。

3 平板翼空気力の作用する橋桁についてのフラッター解析

式(1)の非定常空気力の有限次数近似モデルを用いて、平板翼空気力の作用する鉛直たわみ、ねじれ2自由度の2次元橋桁を対象にフラッター解析を行った。近似モデルの次数は $n_1=2$ とし、W. P. Jones による Wagner 関数の近似式および増川らの非線形最適化手法¹⁾による推定値(最小次数近似モデルに基づく

$0.1 \leq B\omega/U \leq 1$ ($2\pi \leq U/Bf \leq 20\pi$, $f = \omega/2\pi$) の範囲での推定値) による2種類のモデルを用いた。あわせて、平板翼についての理論解である一般 Theodorsen 関数により、調和振動および一般減衰振動を仮定した振動数領域の解析を行い、両空気力モデルの解析結果を比較した。なお、構造諸元としては、明石海峡大橋箱桁案 (1/150 模型) の値を用いた。ただし、構造減衰は無視した。

まず、式(2)の近似モデルを式(3)の非定常空気力係数に換算し、周波数領域での解析結果と比較した。橋桁のフラッター特性に及ぼす影響が大きく、また対数減衰率 δ ($=\xi \times 2\pi$) による変化が大きい係数である、 M_{0I} についての比較結果例を図1、2に示す。

図1は調和振動の仮定のもとでの解析結果である。増川らの近似モデルはこの調和振動に基づく周波数領域の非定常空気力係数より決定された。その近似精度は Jones の近似式によるモデルに比べて高く、彼らの非線形最適手法が有効であることがわかる。

一方、図2は一般減衰振動のもとでの解析結果例 ($\delta=0.5$) である。一般 Theodorsen 関数による非定常空気力の理論解は減衰によって変化するが、有限次数近似モデルがその変化に追随していることがわかる。また、調和振動下の非定常空気力をもとに決定されているにも関わらず、増川らの近似モデルは一般減衰振動下の非定常空気力に対しても高い近似精度を示している。

フラッターモードであるねじれ卓越モード分岐についてのフラッター解析結果 (風速-減衰曲線) を図3に示す。文献 2) にも示したとおり、一般減衰振動を仮定したフラッター解析結果と通常の調和振動のもとでの解析結果との間には高減衰領域で差が生じる。増川らの近似モデルを用いた解析では、一般減衰振動のもとでの周波数領域の解析値に非常に近い結果が得られている。その誤差は、フラッタ発振風速 (振動数領域での解析値: $U_{cr} = 10.26 \text{ m/s}$ ($U_{cr}/Bf_{cr} = 12.4$)) で約 0.2%、対数減衰率 δ のピーク値で約 0.7%であった。

4 まとめ

非定常空気力の有限次数近似モデルを用いて、平板翼空気力の作用する2次元橋桁についてのフラッター解析を行った。その結果、適切に決定された近似モデルより得られる非定常空気力係数およびフラッター解析結果は、一般減衰振動下での理論解とほぼ一致することがわかった。調和振動のもとでの非定常空気力より一般振動下での空気力モデルを構築できることは、このモデルの優れた特徴のひとつと考える。

最後に、近似モデルについてのデータを提供していただいた鹿島建設の増川 淳二氏に対し、ここに記して感謝の意を表します。

参考文献 1) 増川 他：橋桁に作用する非定常空気力の有限次数近似モデル、第49回年次学術講演会、1994。
 2) 戸本 他：一般 Theodorsen 関数を用いた橋桁のフラッター解析に関する基礎研究、第49回年次学術講演会、1994。

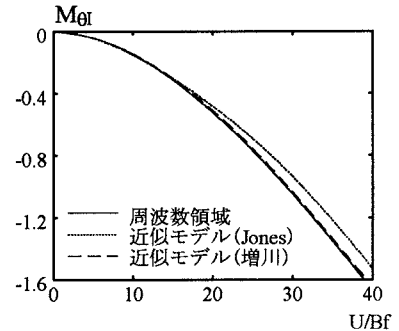


図1 非定常空気力係数 M_{0I} ($\delta=0$)

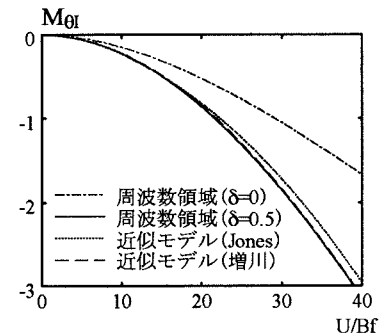


図2 非定常空気力係数 M_{0I} ($\delta=0.5$)

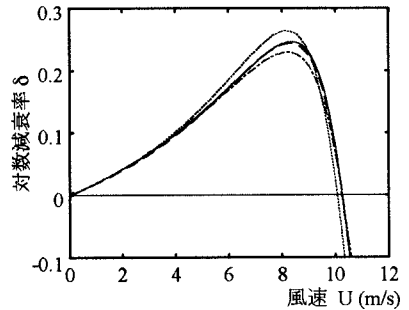


図3 風速-減衰曲線

- - - - 周波数領域(調和振動)
 - - - - 周波数領域(一般減衰振動)
 近似モデル(Jones)
 - . - . 近似モデル(増川)