

乱れた風の空間相関の定式化について

東京大学 正員 木村 吉郎
 東京大学 正員 藤野 陽三

1. はじめに 橋梁のガスト応答予測においては、接近流変動風速の空間相関が重要なパラメータの一つとなる。変動風速の空間相関は、コヒーレンシまたはコ・コヒーレンスとして表現されて用いられるが、既往のガスト応答解析においては、 $\text{coh}(f, \Delta y) = \exp(-k f \Delta y / U) \dots (1)$ という形でコヒーレンシを近似することが多い(f : 振動数, Δy : 2点間の距離, U : 平均風速, 定数 k の標準的な値は8)。この近似式では、 $f=0$ においては Δy の値に関わりなく $\text{coh}=1$ となるが、実際の乱流中においては、 Δy が乱れのスケール L よりもかなり小さい場合を除いて、 $f=0$ において $\text{coh}<1$ となる^{1)~4)}。長大橋の固有振動数は小さく、またそのガスト応答には $\Delta y > L$ における空間相関も寄与するので、式(1)を用いた解析は過大な結果を与える可能性がある⁵⁾。ここでは、変動風速の空間相関に対してこうした影響を反映した定式化として提案されているものを取り上げ、それらの比較を行う。

なお、橋梁のガスト応答予測に関わる主流直角水平方向に離れた2点における変動風速に対しては、クロス・スペクトルの虚部が無視できてコヒーレンシとコ・コヒーレンスが等しくなるという考えもあるが、一方虚部は無視できないという実測結果もある⁶⁾。虚部の影響が大きくなるとコヒーレンシは空間相関を大きめに見積もり、コ・コヒーレンスは空間相関を過小評価することになる。

2. 空間相関の定式化

2. 1 カルマン型^{1)~3)} カルマン型スペクトルをもとにして等方性乱流の仮定を用いると、主流直角方向に Δy 離れた2点における変動風速 u および w のコヒーレンシはそれぞれ以下のように導かれる。この定式化では等方性乱流の仮定により変動風速のクロス・スペクトルが実部のみとなるので、コヒーレンシとコ・コヒーレンスは等しくなる。

$$\text{coh}_{uu}(f, \Delta y) = S_{uu}(f, \Delta y) / S_u(f) = 0.994 \times \left[\eta^{5/6} K_{5/6}(\eta) - \frac{\eta^{11/6}}{2} K_{11/6}(\eta) \right] \dots (2)$$

$$\text{coh}_{ww}(f, \Delta y) = S_{ww}(f, \Delta y) / S_w(f) = 0.994 \times \left[\eta^{5/6} K_{5/6}(\eta) - \frac{\eta^{11/6} K_{11/6}(\eta)}{1 + 188.7 \times (f L' / U)^2} \right] \dots (3)$$

ただし、 $\eta = \frac{\Delta y}{L'} 0.747 \sqrt{1 + 70.8 (f L' / U)^2}$ で、 K は第2種の変形ベッセル関数である。2点間の距離をいくつか変化した場合のコヒーレンスの測定値を、この表示式が最も良く近似するように L' を定めることにより、境界層乱流に対してもこの表示式を用いている。 L' は主流直角方向の乱れのスケールに対応すると考えられるが、これが通常用いられている乱れの積分スケールと関係づけられるのは等方性乱流においてのみであり、その場合 $L' = 2 \cdot L_y^u = 2 \cdot L_y^w$ の関係が成り立つ。

2. 2 カルマン指数型⁶⁾ カルマン型のコヒーレンスで用いられる変数 η を用いて、以下のように変動風速 u に対するコ・コヒーレンスを表現している。 $\text{co-coh}(f, \Delta y) = \exp\left(-\frac{k\eta}{2\pi}\right) \dots (4)$ ここで、 L' および k は、表示式が測定値を最も良く近似するように適当な値を選ぶ。

2. 3 周波数シフト指数型⁷⁾ 式(1)の周波数を f_0 だけシフトさせた以下のような表現を変動風速 u に対するコ・コヒーレンスとして用いている。 $\text{co-coh}(f, \Delta y) = \exp\left(-\frac{k(f+f_0)\Delta y}{U}\right) \dots (5)$ 定数 k の値としては式(1)と同じく8などとし、 f_0 については $f=0$ において式(5)右辺の括弧内の値がカルマン型の変数 η と等しくなるように、 $f_0 = 0.747 U / k L'$ のように L' との関係を決めている。

3. 風洞内気流における測定値との比較 つくば大型風洞における1/100スケール明石海峡大橋模型

用の境界層乱流 ($I_u = 10\%$, $U = 6\text{m/s}$) u 成分の主流直角水平方向のコヒーレンシ測定結果に対して前述の表示式をそれぞれあてはめ、測定値と比較する。なおカルマン指数型および周波数シフト指数型はコ・コヒーレンスに対する表示式とされているが、水平方向には一様に生成された風洞内気流であるため、クロススペクトル虚数部の影響は小さいと思われる。

図1では、カルマン型においてさらに適合を良くするため表示式を周波数方向に0.6倍したもの（表示式の f のかわりに $f/0.6$ を代入）を実線で示し、測定値と比較している。 Δy の増加に伴うコヒーレンシの変化を良く再現している。なお、(2)式をそのまま用いた場合には表示式は測定値よりも全体的に大きめの値となる。図2はカルマン指数型と測定値の比較を示す。 Δy の増加に伴って表示式は大きめの値となる傾向がみられる。図3は周波数シフト指数型と測定値との比較であり、この範囲では Δy の増加に伴うコヒーレンシの変化を大体良く再現している。

4. 検討およびまとめ カルマン型は、等方性乱流という仮定のもとではあるが物理的意味があることから、定式化のめやすとなると考えられる。またカルマン型の表示式は若干複雑だが、ガスト応答解析では数値積分を行うことが多いのでプログラミングの問題のみである。周波数シフト指数型は、測定値との比較は大体良好であったが、さらに Δy が増加した場合には表示式はカルマン型に比べて大きめの値となり、また、極低周波数域での傾向がカルマン型と若干異なることから、その精度には疑問が残る。いずれにせよ、さらに自然風の測定結果などと表示式の比較を行っていく必要がある。

自然風の空間相関については、一様なシアや地表面の存在による乱れの変形の効果も含めた定式化も試みられている⁴⁾。乱れの変形の影響によってカルマン型の表示式において $f/0.6$ という補正が必要となった可能性もあり、こうした定式化についても検討していく必要がある。

なおここに示した比較は、本州四国連絡橋公団耐風委員会風洞試験作業班ならびに東京湾口道路技術調査委員会耐風設計WGにおける検討の一環として行われたものであり、関係各位に御意見・御協力頂いたことを記して謝意を表します。

参考文献：1) Harris: The Modern Design of Wind-Sensitive Structures, pp. 29-55, 1971. 2) Thompson: ESDU Item No. 75001, 1975. 3) Irwin: LTR-LA-210, NRCC, 1977. 4) Mann: J. Fluid Mech., Vol. 273, pp. 141-168, 1994. 5) 金崎他：第13回風工学シンポジウム, pp. 233-238, 1994. 6) 小西他：自然強風の耐風工学的特性の調査研究, 昭和49年度報告書, 阪神高速道路公団, 1975. 7) 佐藤他：第13回風工学シンポジウム, pp. 131-136, 1994. 8) 日立造船：本州四国連絡橋公団大型風洞試験作業班資料36-3, 1995.

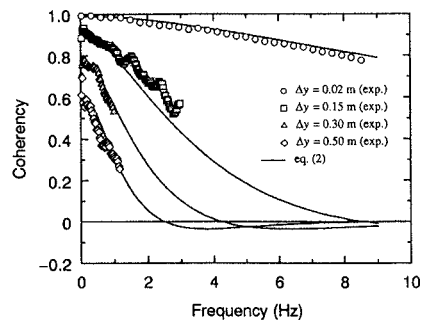


図1 カルマン型 ($L' = 0.7\text{m}$, 周波数方向に0.6倍)

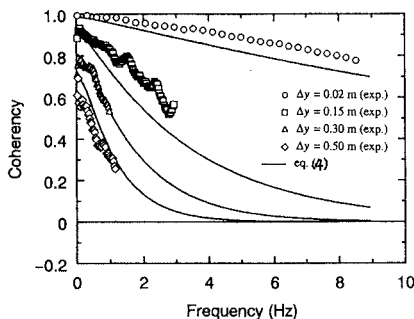


図2 カルマン指数型 ($L' = 2.0\text{m}$, $k = 12$)

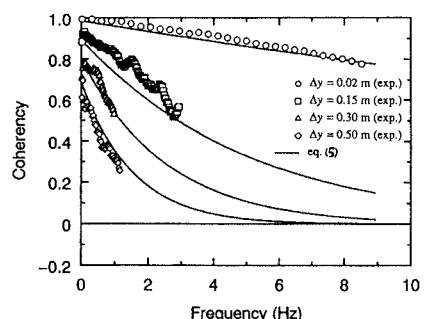


図3 周波数シフト指数型 ($L' = 1.0\text{m}$, $k = 8$)