I -674

表面円形等分布水平方向載荷による半無限弾性体の遷移応答

岡山大学大学院　　学生員　矢木誠一郎
岡山大学環境理工学部　正会員　竹宮　宏和

1,はじめに

本研究は半無限一様弾性体が表面に水平方向の円形等分布載荷を受けた場合の３次元遷移応答を求める手法を積分変換法より示したものである。以前の鉛直載荷に引き続き今回は水平載荷の場合を扱った。この解は衝撃による地盤と構造物の非定常応答を評価する方向へと発展させられる基本的な重要なものである。

2,定式化

円筒座標系における波動方程式、変位-応力関係式を時間に関してラプラス変換、空間に関してフーリエ-ベッセル変換を施し、まずラプラス-波数領域において初期条件、境界条件を用いてラプラス-波数領域解を求める。載荷方向はx軸方向とし、円筒座標系における載荷状態は時間-空間領域、ラプラス-波数領域（ ¯ ）において以下のようになる。

$$\begin{Bmatrix} p_r \\ p_\theta \\ p_z \end{Bmatrix} = qH(t)\begin{Bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (r \le a) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{Bmatrix} \bar{p}_r \\ \bar{p}_\theta \\ \bar{p}_z \end{Bmatrix} = \frac{qaJ_1(\xi a)}{\xi s}\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

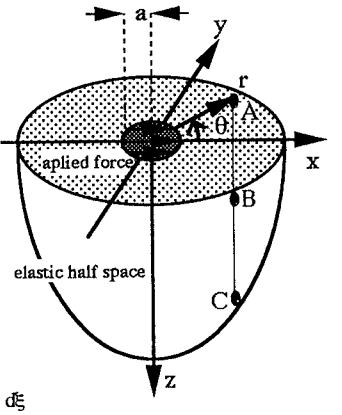

Fig1 Distributed Force on Elastic Half Space

但し　ξ：波数，s：ラプラスパラメーター，a：載荷半径，q：分布強度，
H(t)；ヘビサイド関数，$J_n(\ )$：第n種ベッセル関数

次にラプラス-波数領域解に逆変換を施すことにより時間-空間領域解を得ることができる。例えば半径方向変位は、

$$\begin{aligned}
\frac{4\pi\mu}{qa\cos\theta}u_r = {} & \frac{\pi}{\beta^2-1}\int_0^\infty \frac{1}{\xi}J_1(\xi a)\{J_0(\xi r)-J_2(\xi r)\}\{\beta^2-\xi\sqrt{\beta^2-1}\}e^{-\xi z}\,d\xi \\
& + \int_0^\infty \frac{2}{\xi}J_1(\xi a)\{J_0(\xi r)+J_2(\xi r)\}\pi e^{-\xi z}\,d\xi \\
& - \frac{2\pi K_2}{\alpha^2 G}\int_0^\infty \frac{1}{\xi}J_1(\xi a)\{J_0(\xi r)-J_2(\xi r)\}\left\{-e^{-\xi K_1 z}+\left(1-\frac{1}{2}\alpha^2\beta^2\right)e^{-\xi K_2 z}\right\}\cos(\xi\alpha\tau)\,d\xi \\
& + \int_1^\infty \frac{q_1}{y\left\{\left(1-\beta^2y^2/2\right)^2+q_1q_2\right\}}\int_0^\infty \frac{1}{\xi}J_1(\xi a)\{J_0(\xi r)-J_2(\xi r)\} \\
& \quad \left\langle -\cos\{\xi(y\tau+q_1z)\}-\cos\{\xi(y\tau-q_1z)\}+\left(1-\beta^2y^2/2\right)^2\left[\cos\{\xi(y\tau+q_2z)\}+\cos\{\xi(y\tau-q_2z)\}\right]\right\rangle d\xi\,dy \\
& + \int_{\frac{1}{\beta}}^1 \frac{q_1\left(1-\beta^2y^2/2\right)}{y\left\{\left(1-\beta^2y^2/2\right)^4+\nu_1^2q_2^2\right\}}\int_0^\infty \frac{1}{\xi}J_1(\xi a)\{J_0(\xi r)-J_2(\xi r)\}\Big\langle -2\left(1-\beta^2y^2/2\right)e^{-\xi\nu_1 z}\cos(\xi y\tau) \\
& \quad +\left(1-\beta^2y^2/2\right)^2\left[\cos\{\xi(y\tau+q_2z)\}+\cos\{\xi(y\tau-q_2z)\}\right]+\nu_1q_2\left[\sin\{\xi(y\tau+q_2z)\}-\sin\{\xi(y\tau-q_2z)\}\right]\Big\rangle d\xi\,dy \\
& - \int_{\frac{1}{\beta}}^\infty \frac{2}{\xi}\int_0^\infty \frac{1}{\xi}J_1(\xi a)\{J_0(\xi r)+J_2(\xi r)\}\left[\cos\{\xi(y\tau+q_2z)\}+\cos\{\xi(y\tau-q_2z)\}\right]d\xi\,dy
\end{aligned} \qquad (2)$$

但し　$q_1=\sqrt{y^2-1}$ ，$q_2=\sqrt{\beta^2y^2-1}$ ，$\nu_1=\sqrt{1-y^2}$ ，$K_1=\sqrt{1-\alpha^2}$ ，$K_2=\sqrt{1-\beta^2\alpha^2}$ ，
$G=2\beta^2(1-\beta^2\alpha^2/2)-K_2/K_1-\beta^2K_1/K_2$ ，$\beta=c_1/c_2$ ，$\alpha=c_R/c_1$ ，$\tau=c_1t$ ，
c_1：P波速度 ，c_2：S波速度 ，c_R：レーリー波速度 ，μ：せん断弾性係数

ここで、式(2)の第１項、第２項は半無限弾性体の表面に本研究と同様の荷重が静的に作用した場合の解である。その他の項は $t\to\infty$ で０となり、第１項、第２項のみが残る。式(2)の第３項はレーリー波に関する項、その他の項は実体波に関する項である。

３,数値解析例と考察

解析モデルは載荷 a=1.0 m, 中心からの水平距離 r=10.0 m, 鉛直距離 z=0, 10, 20 m (A点,B点,C点)とし、物性値はS波速度 c_2=223.6 m/s, ポアソン比 0.25, 密度 2.0 t/m^3、このときP波速度 387.3 m/s, せん断弾性係数 1.0 x 10^5 kN/m^2 となる。各変位は半径方向変位u_rを$\pi\mu Ru_r/\cos\theta/P$,周方向変位u_θを$\pi\mu Ru_\theta/\sin\theta/P$,鉛直方向変位$u_z$を$\pi\mu Ru_z/\cos\theta/P$,時間を$c_2t/R$と無次元化している。ここでRは載荷円の中心から応答点までの距離、Pは全載荷力(kN)である。載荷円の中心からの P波, S波, レイリー波到達時刻はそれぞれ無次元時間で0.58,1.0,1.09である。まず比較の対象として剛基盤仮定に基ずく薄層要素モデルの離散化波数法(近似解)との比較をC点について行い、Fig(2,3,4)に示した。このとき基盤深さは 175 m としP波の反射波が到達しないようにした。また解析領域は水平距離 500 m, 最大離散化波数は 1.13 /m とした。u_r, u_θ は非常に良く一致している。本手法はP波到達前に変位を生じているがこれは数値積分の誤差である。u_z については収束値が一致していないが、これは薄層要素-離散化波数法において位相速度の大きな表面波モードによる誤差である。次に、本手法によりA点,B点,C点による深さによる波動の違いを調べFig(5,6,7)に示す。u_r, u_z については応答点の深さによって卓越波の種類が異なることが分かる。表面応答(A点)ではレイリー波が支配的で、その到達後静的変位に収束する。レイリー波の影響は深さに対して指数関数的に減少するので内部応答(B点,C点)では無視できるほど小さい。よって、内部応答ではP波,S波到達時に値が急変しその後収束する。u_θ についてはレイリー波の影響は他の成分に比べ非常に小さいため表面応答でわずかに見られる程度でS波到達時に値が急変し、その後収束する。また分布載荷はピーク値の現れ方が緩慢であるが、これは波の発生源が一点でないためである。以上のことより本研究は従来の研究と比較して精度が良く内部応答の解析に対しても有効であると言える。

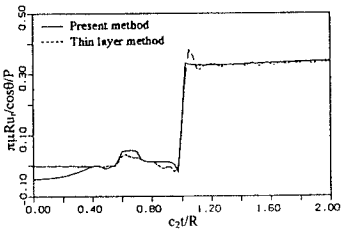

Fig2 Dimensionless Radial Displacement

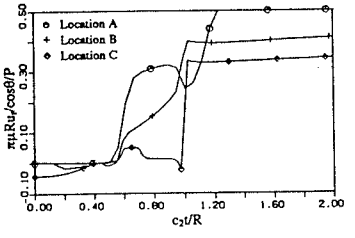

Fig5 Dimensionless Radial Displacement

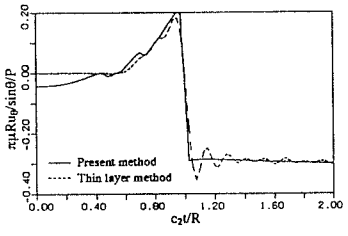

Fig3 Dimensionless Tangential Displacement

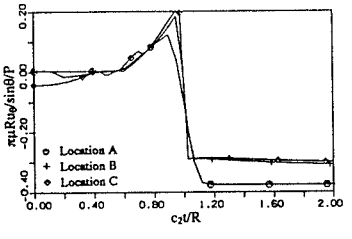

Fig6 Dimensionless Tangential Displacement

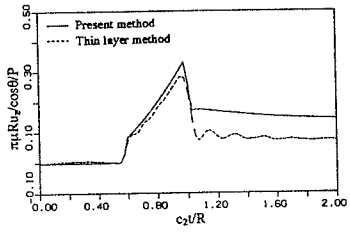

Fig4 Dimensionless Vertical Displacement

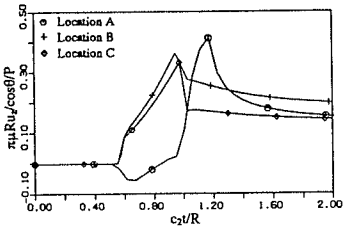

Fig7 Dimensionless Vertical Displacement