

ウェーブレット変換を用いた
過渡振動波形の時間一周波数解析(財)電力中央研究所 正会員 豊田幸宏
(財)電力中央研究所 増子芳夫

1. はじめに ウェーブレット変換は、近年、信号処理の分野で注目を集めている数値解析手法である。時系列データを例にとれば、ウェーブレット変換は時間-振動数平面への写像であるといえる。特徴的なことは、振動数と時間に関して局在化した基底関数に分解・再構成が可能なことであり、局所の時間と振動数に関する特異性の検出能力に優れ、定常的な周波数成分への分解に基礎を置く従来のフーリエ変換に比べ合理的な点が多い。本報告は、液体を満たした円筒殻の地震波加振実験の結果に完全正規直交基底をなす関数をカーネルとした離散ウェーブレット変換の適用を試み、過渡振動波形に現れる微小かつ急激な変化の検出に関し、その有効性を検討したものである。

2. 離散ウェーブレット変換 関数 $f(x)$ の離散ウェーブレット変換、逆変換は、次式で表される。

$$d_k^{(j)} = 2^j \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi(2^j x - k)} f(x) dx, \quad f(x) = \sum_j \sum_k d_k^{(j)} \psi(2^j x - k) \quad (1)$$

ここで、 $\overline{}$ は、複素共役、 ψ は、マザーウェーブレットを表す。

次に、スケーリング関数 ϕ とウェーブレット ψ のトゥースケール関係によれば、

$$\phi(x) = \sum_k p_k \phi(2x - k), \quad \psi(x) = \sum_k q_k \phi(2x - k) \quad (2)$$

であるから、これら関数の線形結合を、

$$f_j(x) = \sum_k c_k^{(j)} \phi(2^j x - k), \quad g_j(x) = \sum_k d_k^{(j)} \psi(2^j x - k) \quad (3)$$

と書けば、レベル $j \in \mathbb{Z}$ の関数 $f_j(x)$ は、

$$f_j(x) = f_{j-1}(x) + g_{j-1}(x) \quad (4)$$

と一意的に分解できる。 $\{c_k^{(j-1)}\}, \{d_k^{(j-1)}\}$ は、分解アルゴリズムによって求められる。実際、計算を行う際には、まず用意された時系列データ $f(x)$ を補間することによってまず $c_k^{(0)}$ を求め、順次分解アルゴリズムによってレベル j を下げていくことにより、ウェーブレット成分 $g_j(x)$ が求められ、時間一周波数解析を行うことができる。次節では、時間空間でコンパクトサポートをもつDaubechiesのマザーウェーブレットを用いた解析結果を示す。解析では、その2次モーメントがゼロとなる ψ を使用した。

3. 時間一周波数解析結果 まず、解析対象とした実験の概要を述べる。実験に用いた円筒模型の構造縮元を図1に示す。加振に用いた入力地震波は、図2に示すごとく時間軸を1/6に縮小したエルセントロNS波を用いた。同波形の加速度応答スペクトルを図3に示す。実験を実施するにあたり、最大加速度を、50gal(Case1)及び180gal(Case2)と設定した。Case2では、円筒胴部下端部に弾性座屈モードの発生が目視ならびに模型から発生した音から確認された。また、別途実施した正弦波掃引試験から模型の基本振動特性として、ビームモード1次固有振動数33.10Hz、減衰0.57%を得た。

次に、図4に実験で得られた変位応答波形とそのウェーブレット分解成分を、図5にCase2から得られたウェーブレット成分のフーリエスペクトルを示す。解析には、円筒模型上フランジ部の応答変位波形が使用された。Case1~2ともにLevel-2では、値がほぼ一様に分布しており、そのほとんどがノイズ成分と考えられるが、Case2の場合には、弾性座屈の発生が確認された時刻 $t=1.0\text{sec}$ あたりでパルスが発生していることがわかる。Level-3になると、Case1の場合には、ほぼ応答波形の包絡線形状と相似した分布となっているが、Case2の場合には、時刻0.5~1.0secに大きなパルスが連続して発生しており、この区間で不連続点が発生していたことがわかる。0.5sec付近は、最大入力加速度が発生した直後であり、試験体に衝撃的な力作用したことが予想される。また1.0sec付近は、実験で観察された座屈現象の生起時刻とほとんど一致しており、Level-3の分解成分は、試験体の非線形振動挙動を的確に検出しているものと考えられる。Level-4では、Case1~2ともに、フーリエスペクトルの卓越振動数から明かなように、試験体のビームモード1次振動成分を検出している。Case1で分解波形にピードが見られるが、これは、ビームモード1次固有振動数に近接したオーバルモードの共振振動数の影響であり、応答波形やそのフーリエスペクトルだけでは、読みとれない情報が検出されている。

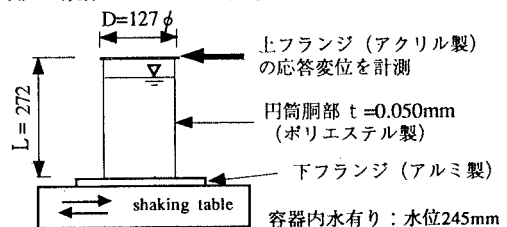


図1 円筒模型構造縮元

4. まとめ 実験で得られた過渡振動波形にウェーブレット変換を適用し、検出された不連続点が実験で観察された現象と合致しており、その有効性を確認した。

〈参考文献〉

- 1) C.K.Chui : An Introduction to Wavelets, Academic Press, 1992
- 2) J.Daubechies: Ten Lectures on Wavelets, SIAM, 1992

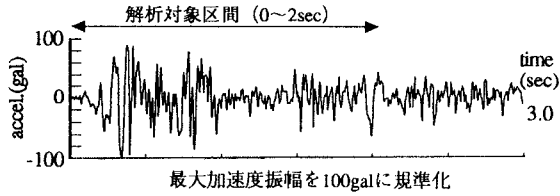


図2 入力加速度波形 (El Centro NS成分)

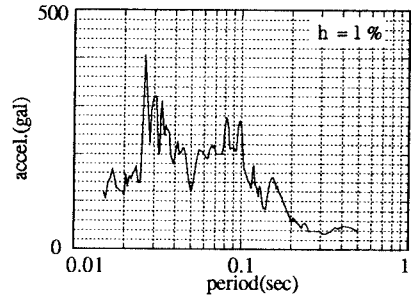
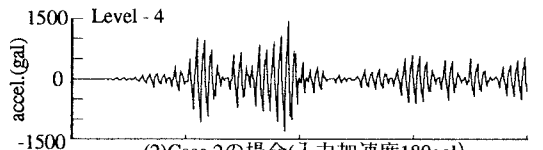
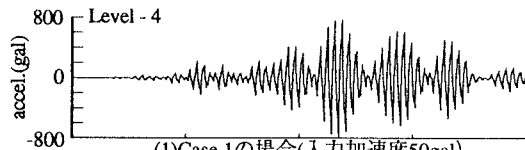
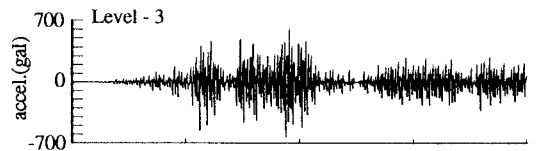
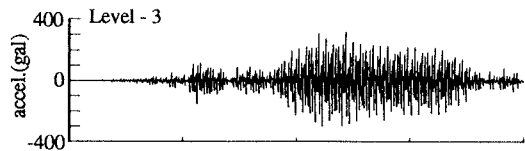
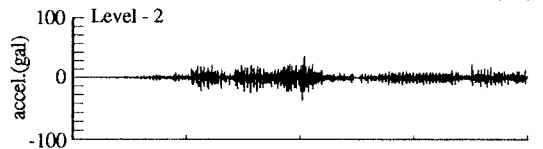
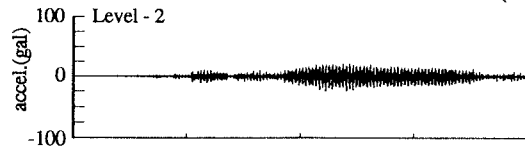
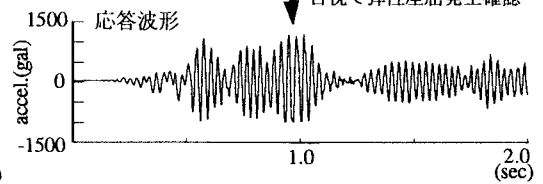
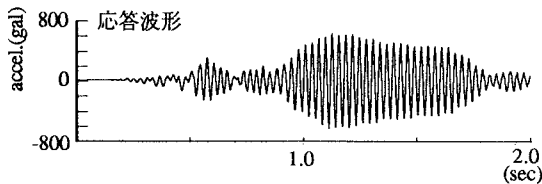


図3 加速度応答スペクトル

目視で弾性座屈発生確認



(1) Case 1の場合(入力加速度50gal)

(2) Case 2の場合(入力加速度180gal)

図4 応答波形とそのウェーブレット分解成分

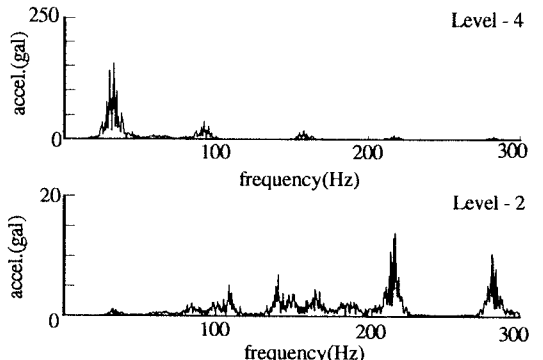
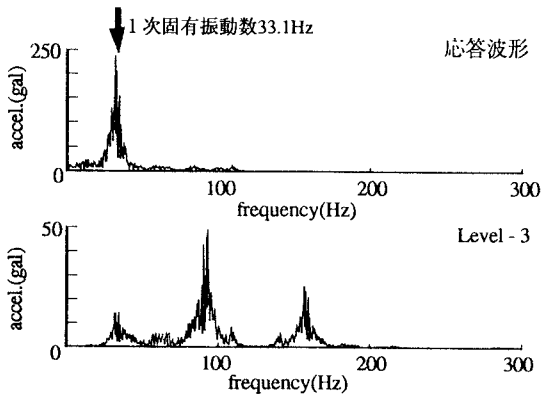


図5 ウェーブレット分解成分のフーリエスペクトル (Case 2の場合)