

I-628

パワースペクトルが不確定性を有する地震波動場の確率論的内挿について

京都大学工学部 正 員 盛川 仁
京都大学防災研究所 正 員 亀田 弘行

1. はじめに これまでに筆者等は地震動モニタリングシステムの構築を念頭におき、条件付確率場の理論を構築してきた¹⁾。この理論を実際の現象に適用するには、確率場の確率論的性質を規定するスペクトル特性を事前に与えておく必要がある。ところが、将来の地震動のスペクトル特性を事前に推定しておいて、地震波動場に対してこの理論を適用しようとする、しばしば大きな困難に直面することになる。なぜなら、地震の発生機構がまだ十分に解明されていないだけでなく、イベント毎に震源特性やパスの影響が全く異なるため、同一条件下での実現値を多数用いて統計的にスペクトル特性を決定することもできないからである。

そこで、一回のイベントによる観測記録をもとにそのイベントのパワースペクトルを条件付シミュレーションによって推定する手法を提案してきた²⁾。しかしこの手法は、理論的には簡単であるが、均一な確率場を仮定しているために応用範囲がかなり限られていた。本研究では、より現実性に則した手法とするために、数学的な近似を導入し、地盤条件がゆるやかに変化する場合にも適用可能な手法を示す。さらに、推定されたスペクトルの誤差を考慮した波動場の確率論的性質を解析的に誘導する。

2. パワースペクトルの確率論的内挿 本研究では、サイト毎の特性を表現するために、パワースペクトルをサイト特性とそこからのランダム成分との積に分離して、それぞれを空間的に内挿する。

時間軸上での確率過程が定常正規過程ならば、スムージングを行なって得られるパワースペクトルは一般に大きな自由度を持つ χ^2 分布に従う。分布の裾の形まで厳密に議論することを目的としているわけではないので、各調和成分毎のパワースペクトルの周辺確率分布が対数正規分布に従うという近似を導入する。

サイト特性は基準となるサイトにおけるスペクトルに対するスペクトル比で表すものとする、サイト i ($i = 1, 2, \dots, n$) におけるパワースペクトルは $S_{ii}(f) = S_{ii}^r(f) S_{ii}^f(f)$ と表現できる。ただし、 $S_{ii}^r(f) = S_{ii}(f)/S_{11}(f)$ で、 $S_{ii}^f(f)$ はスペクトル比からのランダム成分である。両辺の対数をとると、

$$\ln S_{ii}(f) = \ln S_{ii}^r(f) + \ln S_{ii}^f(f) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

となり、上記の仮定に従えば、右辺第1項はサイト特性を表す確定量、第2項はサイト特性からのバラツキを表す定常正規過程となる。

サイト特性 $S_{ii}^r(f)$ は空間内でゆるやかに変化する量であるから、未観測点における値は観測点で得られた値を線形補間することによって求めればよい。また、サイト特性は一回のイベントだけでは十分な精度が得られないので、イベント毎に各観測点におけるスペクトル比を相乗平均を用いて更新していく。一方、ランダム成分 $\ln S_{ii}^f(f)$ は基準点にとったサイトの影響を一律に受けるものの、各サイトに固有の特性は含まれていないので、場所によらず同じ確率論的性質を持つものと考えられる。そこで、未観測点における $\ln S_{ii}^f(f)$ は、そのDC成分を線形補間で求め、残りの平均値0の定常正規過程を条件付シミュレーションを用いて求める。ただし、その際 quefrency 領域での cepstrum は場所によらず同じものとして観測記録の算術平均を用い、コヒーレンス関数は quefrency に対して指数的に減少する関数をあてはめる。図1に、測線の両端で模擬的に発生させた2つの波形を観測記録とみなして、それらの間のパワースペクトルを条件付シミュレーションによって求めた結果の一例を示す。

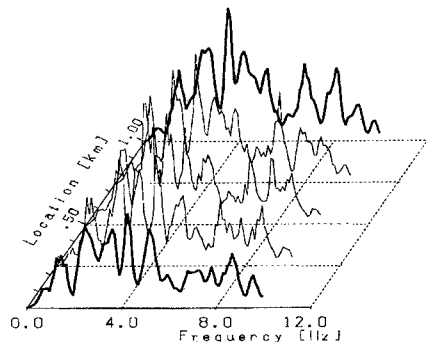


図1 条件付シミュレーションによって内挿されたパワースペクトルの例(両端観測点)

quefrency 領域での cepstrum は場所によらず同じものとして観測記録の算術平均を用い、コヒーレンス関数は quefrency に対して指数的に減少する関数をあてはめる。図1に、測線の両端で模擬的に発生させた2つの波形を観測記録とみなして、それらの間のパワースペクトルを条件付シミュレーションによって求めた結果の一例を示す。

3. ランダムなパワースペクトルをもつ地震波動場の確率論的性質 上で述べた手法により観測記録を用いて場を規定するパワースペクトルを確率論的に求めることができるので、得られたパワースペクトルを基

に波動場を推定することが可能となる。従来の条件付確率場の理論では確定的に与えられたスペクトルを前提として波動場の推定誤差の評価を行なっているが¹⁾、ランダムスペクトルを扱うに際して、パワースペクトルの推定誤差を考慮した上で、波動場の誤差の評価法を従来の理論と矛盾しないように与える必要がある。以下では、一般性を失うことなく、 n ヶ所のサイトのうち $(n-1)$ ヶ所で観測が行われており、サイト n での波形 $U_n(t|cnd.)$ を推定しようとしているものとして議論をすすめる。

$U_n(t|cnd.)$ のフーリエ係数の条件付期待値及び分散について、従来の計算結果³⁾に若干の変形を加えた後、サイト n におけるパワースペクトル S_{nnk} の関数としてそれらを表現しなすと、次のようになる。

$$\langle A_{nk} | cnd. \rangle = \alpha_{A_k} \sqrt{S_{nn}(f)}, \quad \langle B_{nk} | cnd. \rangle = \alpha_{B_k} \sqrt{S_{nn}(f)}, \quad \sigma_{A_{nk}|cnd.}^2 = \sigma_{B_{nk}|cnd.}^2 = \alpha_k S_{nn}(f) \quad (2)$$

ここで、 $\alpha_{A_{nk}}$ と $\alpha_{B_{nk}}$ は観測波のフーリエ係数とクロススペクトル $S_{ij}(f)$ ($i=1, 2, \dots, n-1, j=1, 2, \dots, n$)に依存し、 α_k は $S_{ij}(f)$ のみに依存する。 $S_{nn}(f)$ の調和成分毎の周辺確率分布として対数正規分布を仮定しているので、式(3)の条件付期待値及び分散の確率密度関数を変数変換により誘導することができる。 $U_n(t|cnd.)$ はフーリエ係数の線形和で表されるから、中心極限定理により $U_n(t|cnd.)$ の条件付期待値及び分散はそれぞれ正規確率変量となると考えてよい。このことは、ランダムスペクトルのもつ不確実性が、条件付確率過程の確率論的性質の推定結果に対して、正規的なゆらぎを上乗せするという形で表現されているとすることができる。観測記録から推定されたスペクトルに基づいて推定される $U(t|cnd.)$ の条件付期待値と分散の期待値、及びそれらのゆらぎを図2～5に示す。

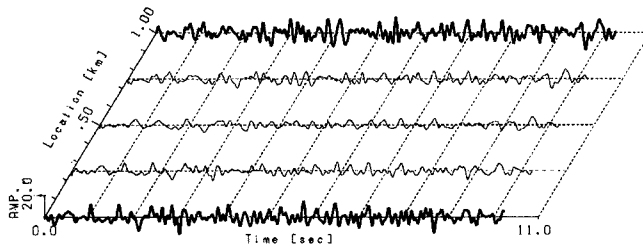


図2 $U(t|cnd.)$ の条件付期待値の期待値

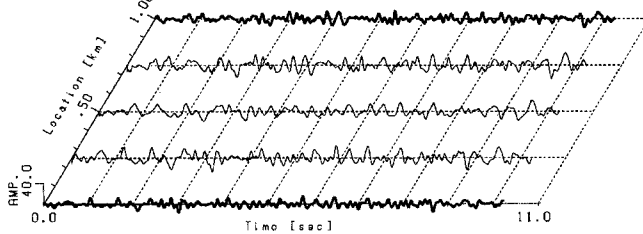


図3 $U(t|cnd.)$ の条件付期待値の変動係数の逆数

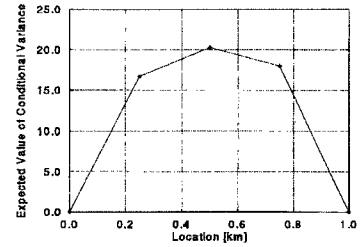


図4 $U(t|cnd.)$ の条件付分散の期待値

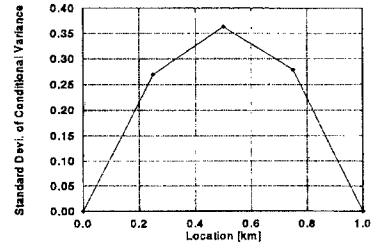


図5 $U(t|cnd.)$ の条件付分散の標準偏差

4. おわりに 本研究では条件付確率場の理論を応用したパワースペクトルの確率論的内挿法を示し、地震波動場の推定を行う際のデータの実用的な処理法を提案した。また、確率論的に推定されたパワースペクトルの推定誤差を考慮した条件付確率過程の確率論的性質を解析的に誘導した。このことにより、観測記録に基づいて、トータルな推定誤差を伴った地震波動場の確率論的推定を行うことが可能となった。今後は、地盤条件が急激に変化するような場所であっても地盤情報を利用することで波動場の推定を可能とする手法の開発を行うと共に、本研究では触れられていないクロススペクトルを合理的に決定するための手法を検討する予定である。

参考文献 1) Kameda and Morikawa, *Journal of Engrg. Mech.*, ASCE, **120**, pp.855-875, 1994. 2) 盛川・亀田：第9回日本地震工学シンポ, pp.259-264, 1994. 3) Kameda and Morikawa, *Prob. Engrg. Mech.*, **7**, pp.243-254, 1992.