

I-571

観測波形を用いる地震動の実時間予測法の開発

戸田建設（株）

○今林浩史

京都大学防災研究所

佐藤忠信

1. はじめに

都市域における地震動モニタリングシステムを構築しようとするとき、限られた観測点における記録から任意地点での地震動を推定する必要がある。本研究では推定しようとする複数の地点における地震動を多次元自己回帰過程で、また時空間場を離散化された状態遷移方程式で表現することによって、観測点では観測波形に一致するような地震波の実時間条件付き逐次型推定手法を提案する。

2. 地震動の条件付き逐次型シミュレーション

時空間場における地震動の時間方向の定常性を仮定し、確率場の特性を規定する相互相関関数は既知であるとする。時刻 t における観測点、未観測点あわせて n 個の点での地震動からなるベクトルを $\mathbf{z}_t$ とすると

$$\mathbf{z}_t = \{g_1(t), g_2(t), \dots, g_n(t)\}^T \quad (1)$$

ここに $g_i(t)$ は時刻 t における地震動である。さらに $\mathbf{z}_t$ が次の多次元自己回帰過程で表せるとする。

$$\mathbf{z}_t = -\mathbf{A}_1 \mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{A}_2 \mathbf{z}_{t-2} - \dots - \mathbf{A}_q \mathbf{z}_{t-q} + \Gamma \mathbf{w}_t \quad (2)$$

上式において $\mathbf{A}_k = [a_{ij}]$ ($i, j = 1 \dots n$) は場の特性を示す自己回帰過程の係数行列であり、場を規定する相互相関関数によって次の連立方程式により求められる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{R}(q) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{R}(0) & \cdots & \mathbf{R}(1-q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}(q-1) & \cdots & \mathbf{R}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{A}_q^T \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここに $\mathbf{R}(k) = [\rho_{ij}(k)]$ であり、 $\rho_{ij}(k)$ は地点 i と j 、時間差 $k\Delta t$ の相互相関関数を表す。(2)式を離散系のシステム方程式の形に書き改めると次式を得る。

$$\mathbf{z}_t = -\Phi \mathbf{Z}_{t-1} + \Gamma \mathbf{w}_t \quad (4)$$

ここで対象とする n 個の地点のうち m 個の地点において観測が行われている場合を考える。観測量のベクトルを $\mathbf{y}_t$ とすれば状態量 $\mathbf{z}_t$ を用いて次のような観測方程式を得る。

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H} \begin{Bmatrix} \mathbf{z}_{t,m} \\ \mathbf{z}_{t,n-m} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{H} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}], \quad \mathbf{y}_t = \{g_1(t), g_2(t), \dots, g_m(t)\}^T \quad (5)$$

ここで $\mathbf{I}$ は $m \times m$ の単位行列であり、 $\mathbf{z}_{t,m}$ は観測点において与えられる物理量であり、 $\mathbf{z}_{t,n-m}$ は未観測点における観測量である。既観測点及び未観測点を合わせた n 個の点における、物理量の共分散行列を観測点と未観測点に分離し次のように表現する。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{m,m} & \mathbf{M}_{m,n-m} \\ \mathbf{M}_{n-m,m} & \mathbf{M}_{n-m,n-m} \end{bmatrix} \quad (6)$$

カルマンフィルタ¹⁾のアルゴリズムを用いて未観測点の最尤推定値を求めると次式を得る。

$$\hat{\mathbf{z}}_t = \bar{\mathbf{z}}_t + \mathbf{K}(\mathbf{y}_t - \mathbf{H}\bar{\mathbf{z}}_t)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{M}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{M}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{M}_{n-m,m}^{-1}\mathbf{M}_{m,m}^{-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(7)によりシミュレートされた波形（実線）を図1に示す。ターゲットとする波形は川上の手法²⁾により波速を $c=0.8\text{km/s}$ 、変形定数を $\alpha=0.02 \times 2\pi$ としてシミュレートした（破線）。また太線は観測地点（●）における推定波形であり、推定波形は観測波形に一致していることが分かる。

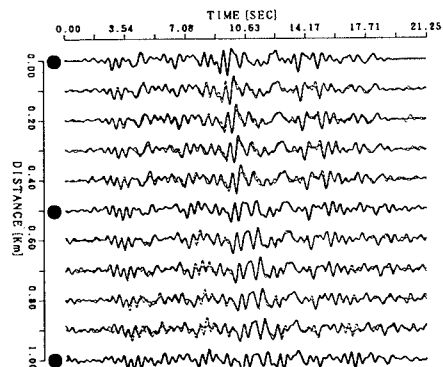


図1 シミュレーション波形
($c=0.8\text{km/s}$, $\alpha=0.02 \times 2\pi$)

3. 自己回帰係数の同定

ここでは2.と同じく地震動の線形定常性を仮定し、観測される波形以外に時空間場を規定する確率特性に関する情報が与えられない場合を想定して、未観測点の地震動を推定する手法を開発する。2.で提案したシミュレーション手法を用いるためには式(4)の状態方程式において、自己回帰係数からなる行列 Φ を求める必要がある。この場合には、場の相互相関関数が未知であるため式(3)の方程式を解くことはできない。そこで観測点部分の自己回帰係数についてはカルマンフィルタのアルゴリズムを用いて観測波形により係数を同定する。未観測点部分に関する係数は観測波形より同定された相互相関関数 $R(k)$ と観測点部分の係数を用いて、式(3)における未決定部分の自己回帰係数を最小乗法を用いて求める。この手法により同定された自己回帰係数を用いて、状態方程式を得ることができ、未観測点における地震動を推定できることになる。

図2は自己回帰係数の真値（x座標）と、この手法によって同定された自己回帰係数（y座標）との比較である。自己回帰係数は $y=x$ のはば一直線上に分布しており、この手法によって正しい自己回帰係数が求められるといえる。図3は同定された係数と2.の手法を用いてシミュレートした波形（実線）である。また太線は観測波形である。

4. 実時間条件付き逐次型シミュレーション

ここでは、2.において提案した条件付き逐次型シミュレーション手法と、3.において提案した自己回帰係数の同定手法を組み合わせることにより、非観測点での地震動を実時間でシミュレートする。本来、地震動は非定常性を有するものであるが、その非定常特性を前もって知ることはできないので、ここでは現時刻以前の数秒間の区間定常性を仮定することにする。また、地震動を推定しようとする時空間確率場についての事前情報（相互相関関数）を与えるものとする。

実時間シミュレーションにおいては、この事前情報を観測点において時々刻々と得られる記録によって修正していくので、自己回帰係数行列 Φ_t 、場を規定する相互相関関数 $R_t(k)$ 、場の共分散関数 M_t 、カルマンゲイン K_t は時間に依存することになる。図4はこの実時間条件付き逐次型シミュレーション手法のフローチャートであり、時刻 $t-1$ から時刻 t 、時刻 $t+1$ への状態の遷移を示している。

このフローチャートにしたがってシミュレートした波形（実線）を図5に示す。時刻2.5秒までは事前情報による推定値、時刻5秒までは観測値のデータ数が少ないときの推定値で、その精度は余りよくない。しかし時刻5秒を過ぎた後、推定値の精度は向上している。

参考文献

- 1) 加藤寛一郎：最適制御入門、pp.126-137
- 2) 川上、小野：土木学会論文集 No.441/I-18、pp167-175

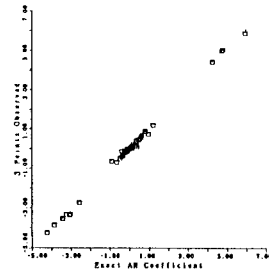


図2 自己回帰係数の比較

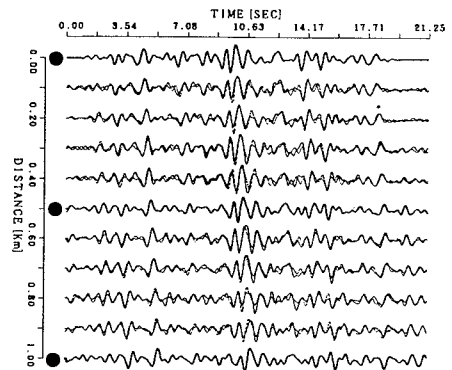


図3 シミュレーション波形

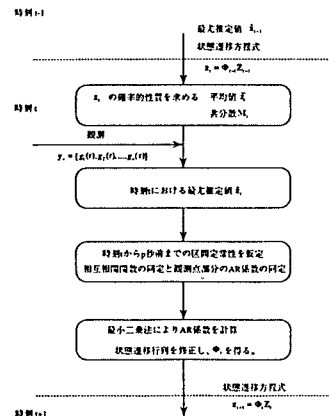


図4 実時間推定の流れ

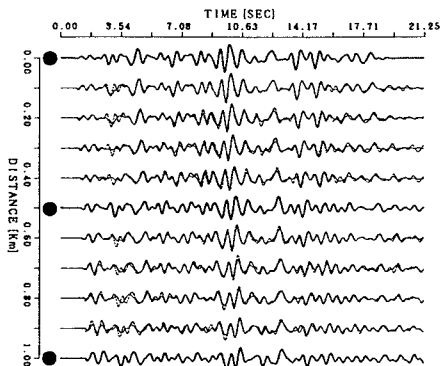


図5 実時間シミュレーション波形