

円筒シェルに作用する衝撃の伝播特性

筑波大学 学生員 ○山崎 義浩
同 正 員 西岡 隆

1. はじめに

衝撃によって生じた応力は波動の性質を持っており、また一般に波動には幾つかの性質を異にするものが存在していることが知られている。構造物に衝撃力が作用したとき、衝撃力が構造物を伝わる現象は性質を異にする種々の波動の分散・干渉によるものであると考えられる。この種々の波動を区別することによって、個々の波動の構造物に対する挙動を明らかにできると思われる。本研究では円筒シェルなどの薄肉構造物に有限帯板法を適用してモデル化し、モーダルアナリシス・単位衝撃応答解析・位相速度分散解析によって波動の区別を行い衝撃力による波動の伝播特性について考察した。

2. 解析手法

図-1に示すような、全体座標系 $X-Y-Z-\theta$ に置かれた両端単純支持の円筒シェルに有限帯板法を適用してモデル化を行う。円筒シェルは k 枚の薄板から構成され、 k 本の節線 $1-1'$ ~ $k-k'$ で結合している。円筒シェルの断面の直径を D 、肉厚を h 、はりの長さを L とする。はりの両端にはダイヤフラムが入っており、その剛性は無限大とする。得られた運動方程式において節線の変位関数をフーリエ級数で展開し、級数の直交関数としての性質を利用することにより、各フーリエ級数項ごとの線形連立微分方程式が得られる。減衰を考慮した場合のフーリエ級数第 m 項の運動方程式は

$$M_m \ddot{d}_m(t) + C_m \dot{d}_m(t) + K_m d_m(t) = P_m(t)$$

となる。ただし、 M_m ：質量マトリクス、 K_m ：剛性マトリクス、 P_m ：節線外力ベクトル、 d_m ：節線変位の係数ベクトルであり、減衰係数マトリクス C_m は質量マトリクス M_m に比例するものとして $C_m = \gamma \cdot M_m$ (γ は比例定数) である。固有値計算より固有振動数 ω_{mi} 、および固有モードマトリクス Φ_m と位相速度分散曲線が得られる。単位衝撃外力は、はり端に対して Z 軸方向に与えるもの（はり端軸方向単位衝撃外力）および、はり中央に対して Y 軸方向に与えるもの（はり中央断面方向単位衝撃外力）を考える。モーダルアナリシスによって単位衝撃応答計算を行い、各節線の時刻歴応答が得られる。以上の解析手順を図-2のフローチャートに示す。

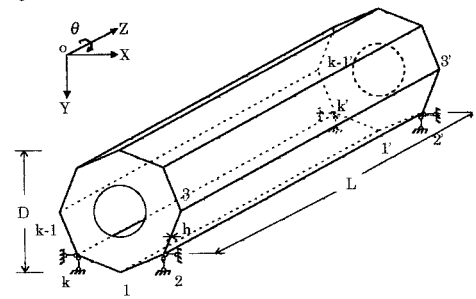


図-1 円筒シェルの解析モデル

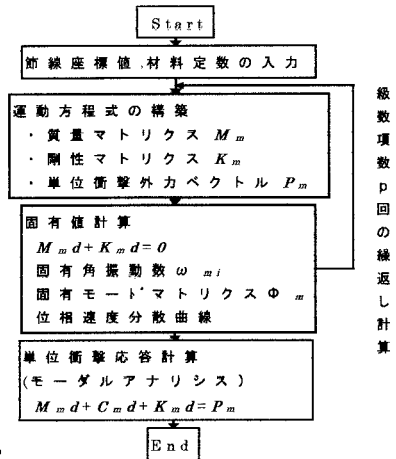


図-2 解析手順

3. 解析結果及び考察

(1) 固有モードの分類 固有値計算により各フーリエ級数ごと 32 個の固有振動数と節線係数の固有モー

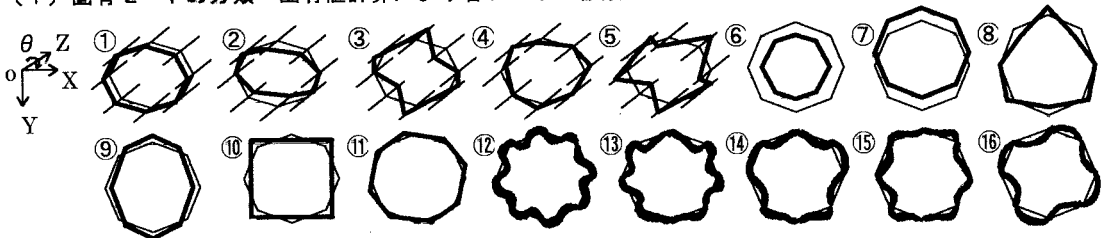


図-3 円筒シェルの変形

ドが得られる。断面形状を考慮してこの固有モードをZ軸方向、X-Y断面方向、 θ 回転方向の成分に分けて主なものを描くと、図-3に変形①～⑬の16個の変形の集まりとして図示される。各固有モードは、これらのうち特定の変形がそれぞれの割合で混じり合い構成されている。その変形の組み合わせをひとグループとして、モードグループI～Vとし表-1に示す。

表-1 変形の分類

モードグループ	変形
I	①, ⑥, ⑪, ⑫
II	②, ⑦, ⑬
III	③, ⑧, ⑭
IV	④, ⑨, ⑮
V	⑤, ⑩, ⑯

（2）位相速度分散曲線 図-4に $k=8$, $L/D=5$, $h/D=1/300$ の場合のモードグループIの位相速度分散曲線を示す。図の縦軸は位相速度 V の1次元弾性体の

せん断波の速度 $V_0=3.62\text{km/sec}$ との比であり、横軸は波数 n である。 V/V_0 が小さい方より第1～第4位相速度分散曲線とする。各位相速度分散曲線上では、固有モードを構成する変形①～⑬の割合が波数 n によって変化する。その固有モードを構成する変形で最も割合が多い変形が、波数 n が増加するに従い推移する様子を変形の番号と矢印で示した。位相速度分散曲線が接近するところでは、変形の番号の入れ替わりが起きている。第2～第4位相速度分散曲線では比較的位相速度がそろった部分が見られる。ここでは各固有モードがほとんど1つの変形のみから構成されて

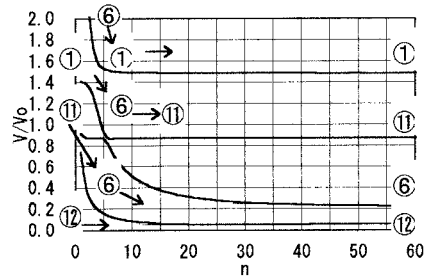


図-4 位相速度分散曲線

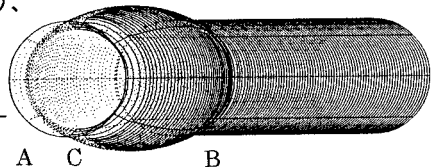
おり、変形の形状より第2はせん断波動、第3はねじり波動、第4は縦波となっている。表-2には第2～第4位相速度分散曲線の位相速度が比較的そろった部分の値を、その位相速度を持つ固有モードを構成する割合の最も多い変形①～⑬別に示す。

表-2 各波動の位相速度 (km/sec)

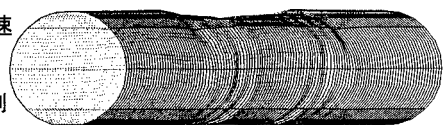
①	5.37	⑤	5.37	⑨	3.12
②	5.37	⑥	0.81	⑩	3.07
③	5.37	⑦	3.14	⑪	3.15
④	5.37	⑧	3.09		

（3）単位衝撃応答 図-5は $L=15\text{m}$ で $k=8$, $L/D=5$, $h/D=1/200$ の場合の単位衝撃外力载荷2.0 msec後の円筒シェルの変形図であり、

(a)はり端軸方向単位衝撃外力を点Aに载荷したものおよび、(b)はり中央断面方向単位衝撃外力によるものである。(a)の場合、刺激係数はモードグループIに含まれる変形①, ⑥を含む固有モードに関しては大きく、それ以外の変形を含む固有モードについては極めて小さかった。変形図を見ると、まず点Bに密になった波動が先行して伝播している。これは変形①を多く含む縦波動で速度5.37 km/secの粗密波である。またこのとき点Cには、変形⑥を多く含むせん断波動が速度0.81 km/secで伝播するのが判別できる。(b)の場合は刺激係数は全モードグループ含まれる変形を含んでいたが、そのうちでも変形⑦, ⑨を含む固有モードに関して大きかった。変形図では、はり中央より両端に向かっていくつものせん断波動が伝播しているのが見える。



(a) はり端軸方向単位衝撃外力



(b) はり中央断面方向単位衝撃外力

図-5 円筒シェルの変形

4. 結論

（1）円筒シェルなどの任意の断面形状の薄肉構造に、有限帯板法を適用して固有値解析および単位衝撃応答解析をすることで、弾性範囲内における衝撃の波動の伝播特性を解析することができる。

（2）固有値解析により波数 n と位相速度に関する関係を位相速度分散曲線で表すことができた。位相速度分散曲線には比較的位相速度のそろった部分があり、その位相速度から各波動の伝播速度が得られる。

（3）単位衝撃応答解析より特徴のある形状を持った波動が、位相速度分散曲線より得られた比較的そろった位相速度で伝播する様子が判別できる。