

山梨大学工学部 学員 黄 曉 曉

山梨大学工学部 正員 岡村 美好

山梨大学工学部 正員 深沢 泰晴

1.はじめに プレートガーター橋を列車が通過した場合、周期的な荷重によって、動的不安定現象が生じる¹⁾。今まで、フランジを含めた断面変形を考慮した不安定解析はほとんど行われていないが、本研究では、上下フランジも含めて、周期的な圧縮荷重および曲げを受ける両端単純支持I形薄肉断面部材の動的不安定問題を解明するため、高次有限帯板法²⁾を用いて解析を行った。

2.解析方法と解析モデル 高次帯板要素は、図-1に示すような3つの節線を持っている帯板とし(HO3モデル)、両端単純支持の場合、帯板要素内任意点の x, y, z 軸方向変位成分 u, v, w は未定係数 α, β, γ を含む多項式とFourier級数を組み合わせたものと仮定して次式で表す。

$$u = \sum_{m=1}^r f_{mu}(x) \sin(k_m y), \quad v = \sum_{m=1}^r f_{mv}(x) \cos(k_m y),$$

$$w = \sum_{m=1}^r f_{mw}(x) \sin(k_m y) \quad (k_m = m\pi/a) \quad (1)$$

$$f_{mu}(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2; \quad f_{mv}(x) = \gamma_1 + \gamma_2 x + \gamma_3 x^2$$

$$f_{mw}(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 + \alpha_5 x^4 + \alpha_6 x^5$$

解析モデルと要素分割を図-2に示す。軸力及び曲げに対応する最大応力をそれぞれ σ_1 と σ_2 とし、よって、構造物における最大応力は $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ とする。また、要素分割は、帯板要素8、節線数17とし、材料定数は、ヤング定数 $E=206\text{GPa}$ 、ポアソン比 $=0.3$ 、単位質量 $\rho=0.784 \times 10^4 \text{Kg/m}^3$ とした。

解析は、以下に示すような代表的な3つの荷重状態を考慮した。TypeAは軸力 σ_1 だけ、 $\sigma_2=0$ とし、TypeBは軸力 σ_1 と曲げ σ_2 とし、TypeCは曲げ σ_2 だけ、 $\sigma_1=0$

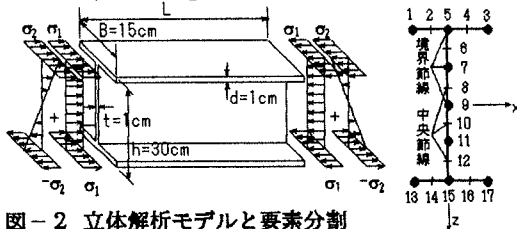


図-2 立体解析モデルと要素分割

とする。ここに、 σ_1 と σ_2 の最大値は、それぞれ軸力だけと純曲げ荷重状態の最低座屈応力である。

I形部材の運動方程式は次のように表される³⁾。
 $[M]\{\ddot{d}_m(t)\} + [K] - (\sigma_0 + \sigma_t \cos \theta t)[K_G]\{d_m(t)\} = 0 \quad (2)$
 ここに、 $[M]$ 、 $[K]$ 、 $[K_G]$ はそれぞれ質量、剛性と幾何マトリクスであり、 $\{d_m(t)\}$ は時間関数である変位ベクトル、 σ_0 は静的応力、 $\sigma_t \cos \theta t$ は変動応力である。式(2)の解を次式で仮定する。

$$\{d_m(t)\} = e^{i\lambda t} \left\{ \frac{1}{2} b_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \sin m\theta t + b_m \cos m\theta t) \right\} \quad (3)$$

ここに、 λ : 未定定数、 b_0 、 a_m 、 b_m は時間に無関係なベクトルで、式(3)を式(2)に代入し、調和バランス法を用いて系の安定性を評価する。

3. 解析結果および考察

3.1 固有振動解析 表-1に、部材軸方向の波数 $r=1$ とした時の第6次までの断面変形モードおよび固有円振動数を示す。それぞれの振動パターンは、第1、3次モードが弱軸回りの曲げ振動、第2、6次モードが曲げねじり振動、第3次モードが強軸回りの曲げ振動、第4次モードが縦振動である。

3.2 動的不安定領域の解析 図-3~5にTypeA~Cの荷重状態に対する不安定領域を示す。縦軸は変動応力と最低座屈応力の比、横軸は加振振動数と最低固有振動数の比を表示する。最大周期応力は座屈応力の0.5倍とした。圧縮軸力だけを受ける場合は、結合共振の不安定領域が生じない(図-3)。また、曲げだけを受ける場合は、単純共振の主不安定領域が生じな

表-1 固有振動モード

i	1	2	3
ω_i	3727.53	5988.27	7280.04
ω_i/ω_1	1.00	1.606	1.953
i	4	5	6
ω_i	10537.14	10813.38	11089.17
ω_i/ω_1	2.827	2.901	2.975

い(図-4)。軸力と曲げが同時に作用する場合は単純共振の主副不安定領域と結合共振の不安定領域が同時に存在する(図-5)。

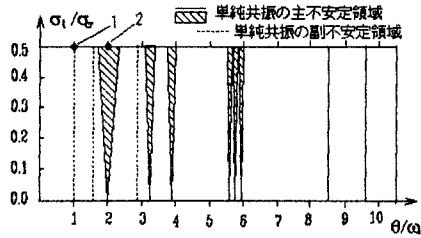


図-3 TypeAの不安定領域

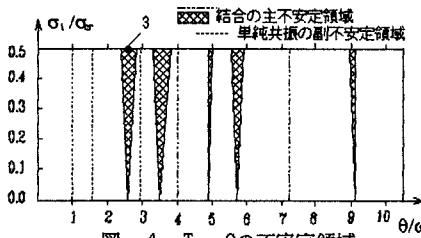


図-4 TypeCの不安定領域

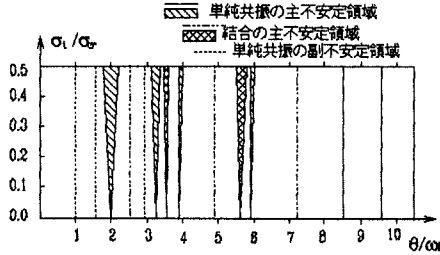


図-5 TypeBの不安定領域

結合共振の不安定領域は、2種類あることがわかった。1つは弱軸回りの曲げ振動と曲げねじり振動との結合共振であり、もう1つは縦振動と強軸回りの曲げ振動との結合共振である。

3.3 単純共振と結合共振の動的応答 ニューマークβ法を用いて動的応答を求めた。初期変形モードは固有振動モードに対応させ、初期たわみの最大値は節線上であると仮定して、スパン長の1/750とした。

図-6は単純共振の動的応答図である、横軸は最低固有振動周期 T_1 を基準とした無次元時間、縦軸は最低固有振動モードにおける初期変位量の最大値を基準とした無次元変位である。図-6は、図-3において、 $\theta/\omega_1=1.0, 2.0$ のスパン中央断面の腹板中央点の時間層応答である。これは、第1次固有モードに対応する主、副不安定領域と予想され、初期変位をこのモードに対応させた。副不安定領域を示した変形曲線(点線)は、ゆっくりと発散していく(10周期内最大

変位=6.061)が、主不安定領域を示した変形曲線(実線)は、急激に発散していく(5周期の最大変位は2.0を超えた)。単純共振の主、副不安定領域に対して、初期変形モードと固有振動モードが一致するときは発散するが、他の初期変形モードを有する場合には発散しない。

図-6 動的応答図(測点1,2)

結合共振の動的応答図を図-7に示す。これは、図-5において、 $\theta/\omega_1=2.6$ の測点の時間層の応答を示したものである。

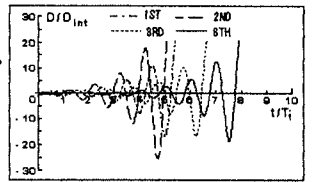


図-7 動的応答図(測点3)

これは、第1次(弱軸回り)と第2次(曲げねじり)固有モードに対応する結合不安定領域と予想され、図中の1点鎖線、2点鎖線、点線、実線はそれぞれ初期変位として第1,2,3,6次モードを入れた変位応答を示している。初期変形パターンと結合した固有モードの中の1つの振動パターンと一致すれば、初期変形モードと固有振動モードが対応しなくても発散する。第6次初期変位モードに対応する曲線を固定し、他の初期変位モードに対応する曲線を右にシフトすると、4つの曲線は同じ周期で発散することが分かる。

4.まとめ 局部変形を考慮したI形断面部材の動的不安定解析を行って、次のことが分かった。主および結合不安定領域の発散は副不安定領域よりも急激である。結合共振の不安定領域は、①弱軸回りの曲げ振動と曲げねじり振動との結合共振;②縦振動と強軸回りの曲げ振動との結合共振の2種類以外存在しない。単純共振の場合は、初期変位が対応する固有モードと一致しなければ不安定現象は生じないが、結合共振の場合は、初期変位が結合した固有モードの中の1つの振動パターンと一致すれば、不安定現象は生じる。

参考文献: 1)高橋・田口・池田・松川:面内曲げを受ける長方形板の動的安定性,土木学会論文集,第341号,pp.179~186,1984; 2)Loo:FINITE-STRIP METHOD IN BRIDGE ENGINEERING,CEMENT AND CONCRETE ASSOCIATION 1978; 3)Bolotin:弾性系の動的安定,コロナ社,1972;