

I-442

鉛直軸回りに回転振動する長方形TLDに対する等価振動系

九州工業大学 正員 高西照彦

九州工業大学 正員 多田 浩

1. まえがき 長方形TLDを設置した高層ビルが振れ振動を行う場合には、TLD内容液は水平振動と同時に鉛直軸回りの回転振動をうけることになる。このとき、回転振動をうけるTLDに対する等価振動系が与えられていれば、TLDによって生ずる鉛直軸回りの動水圧モーメントを容易に算定することができることになる。本論では、まず長方形TLDの鉛直軸回りの回転振動に対する等価振動系を理論的に導き、次に、TLDに対する減衰自由振動実験を行うことによって、その等価振動系を求めて、両者の結果がよく一致することを確かめることで理論の妥当性を示した。

2. 等価振動系の理論 図-1に示すように、密度 ρ の液体を満たした長方形TLDが、その底面の図心を通る鉛直軸の回りに回転振動をしている場合を考える。内容液は、非圧縮、非粘性、非回転であり、その振動は線形範囲内であると仮定する。理論解析の結果のみを示せば、次の通りである。鉛直軸回りの回転振動に対する自由水の等価慣性モーメントは、 $(2i-1, 2j-1)$ 次振動モードに対して

$$J_{2i-1, 2j-1}^z = 64\rho LDH \left(\frac{LD}{H} \right)^2 \frac{(\kappa_{2i-1, 2j-1} H) \tanh(\kappa_{2i-1, 2j-1} H)}{\{(2i-1)(2j-1)\pi^2\}^4} \left\{ \left(\frac{(2i-1)^2}{(2j-1)^2} - \left(\frac{D}{L} \right)^2 \right)^2 \right\}, \quad (i, j = 1, 2, \dots) \quad (1)$$

ここに、

$$\kappa_{2i-1, 2j-1} = \sqrt{\lambda_{2i-1}^2 + \mu_{2j-1}^2}, \quad \lambda_{2i-1} = \frac{2i-1}{L}\pi, \quad \mu_{2j-1} = \frac{2j-1}{D}\pi \quad (2)$$

等価回転ばね定数は

$$k_{2i-1, 2j-1}^z = J_{2i-1, 2j-1}^z n_{2i-1, 2j-1}^2 \quad (3)$$

ここに、 $n_{2i-1, 2j-1}$ は内容液の $(2i-1, 2j-1)$ 次振動モードに対する固有円振動数で

$$n_{2i-1, 2j-1}^2 = \frac{g}{H} (\kappa_{2i-1, 2j-1} H) \tanh(\kappa_{2i-1, 2j-1} H) \quad (4)$$

ここに、 g は重力の加速度である。また、鉛直軸回りの剛振動に対する等価慣性モーメントは

$$J_0^z = \frac{32\rho H}{\pi^5} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(2j-1)} \left[L^4 \tanh \left\{ (2j-1) \frac{\pi D}{2L} \right\} + D^4 \tanh \left\{ (2j-1) \frac{\pi L}{2D} \right\} \right] - \frac{1}{12} \rho LDH (L^2 + D^2)$$

固定水による鉛直軸回りの慣性モーメントは

$$J_0^z = \bar{J}_0^z - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} J_{2i-1, 2j-1}^z$$

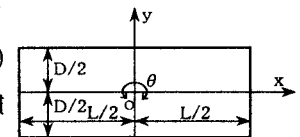
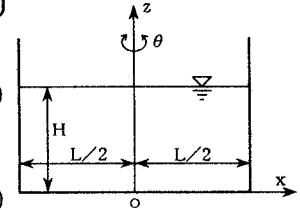


図-1 長方形TLD及び座標系

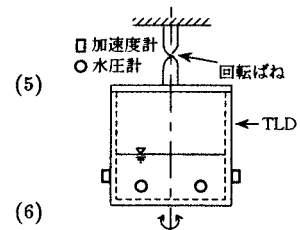


図-2 実験装置の概略図

3. 実験に基づく等価振動系の決定 3.1 実験概要 図-2に示すように、適当な水深になるまで水を満たした長方形TLD容器を、その上端を固定点に固定した板ばねに取り付け、容器を鉛直軸回りにわずかに回転させた後、静かに手を放して、容器に回転減衰自由振動を生じさせるようにする。容器の大きさや形状、板ばねの振り剛性、水深をいろいろ変えた場合について、この振動系の固有周期を計測する。固有周期の測定には容器の側面の対称の位置に取り付けた2個の加速度計の出力を用いた。TLD容器は厚さ1cmの亚克力板を用いて、2種類作製した。その寸法は $30 \times 12 \times 30$ cm (L×D×高さ)と $30 \times 30 \times 30$ cmとである。内容液の水深は0,6,9,12cmの4通りに変えた。板ばねは厚さ1.2mm、幅20mmのリン青銅板を用い、長さ

は10,15,20cmの3通りとした。3.2 等価振動系の算定理論 実験で得られたTLDの回転振動の固有周期から、その等価振動系における諸定数を定める理論を、以下に示す。図-2に示した振動系に対する等価振動系は、図-3のように表すことができる。図中、 K_s^* は板ばねの回転ばね定数（振り剛性）、 J_s^* は内容水を除いたTLD容器その他の慣性モーメントである。等価振動系の減衰振動に対する振動方程式は、容器の回転角を θ 、自由水の慣性モーメント $J_{1,1}^*$ の相対回転角を ζ とし、($i=1, j=1$)次の振動モードのみを採用して、減衰を無視すれば、次式のように書くことができる。

$$J_{1,1}^*(\ddot{\theta} + \ddot{\zeta}) + k_{1,1}^*\zeta = 0 \quad \cdots (7) \quad , \quad (J_s^* + J_0^*)\ddot{\theta} + K_s^*\theta = k_{1,1}^*\zeta \quad \cdots (8)$$

上式において、

$$\theta = \Theta e^{int} \quad , \quad \zeta = Z e^{int}$$

とにおいて、式(3)を考慮すれば、等価振動系の1次の固有円振動数 n_1 は、次式のように表される。

$$n_1^2 = \frac{2n_{1,1}^2 K_s^*}{\{n_{1,1}^2(J_s^* + J_0^* + J_{1,1}^*) + K_s^*\} + \sqrt{\{n_{1,1}^2(J_s^* + J_0^* + J_{1,1}^*) + K_s^*\}^2 - 4n_{1,1}^2 K_s^*(J_s^* + J_0^*)}} \quad (10)$$

水深 H 、容器等の慣性モーメント J_s^* が既知であれば、いろいろのばね定数 K_s^* を用いた回転減衰自由振動実験を行うことによって、その時の振動系の固有円振動数 n_1 を求めることができる。いろいろの K_s^* の値に対する n_1 の値が得られれば、例えば、最小2乗法（本論ではこの方法に従った）を用いて、式(10)から等価振動系の慣性モーメント $J_{1,1}^*$ 、 J_0^* の最適値を定めることができる。しかし、式(10)は $J_{1,1}^*$ 、 J_0^* に関して非線形式であるから、本論では同式を、 $J_{1,1}^*$ 、 J_0^* の近似値 $J_{1,1}^{*(0)}$ 、 $J_0^{*(0)}$ を用いて、次式に示すように近似的に線形式に改めた後、繰り返し計算を行うことによって $J_{1,1}^*$ 、 J_0^* の値を求めた。なお、繰り返し計算に対する出発値としては、それぞれ $J_{1,1}^*$ 、 J_0^* の理論値を採用した。いま、式(10)を

$$n^2 = f(J_0^*, J_{1,1}^*) \quad (11)$$

と書けば

$$n^2 = f(J_0^{*(0)}, J_{1,1}^{*(0)}) + \frac{\partial}{\partial J_0^*} f(J_0^{*(0)}, J_{1,1}^{*(0)}) \Delta J_0^* + \frac{\partial}{\partial J_{1,1}^*} f(J_0^{*(0)}, J_{1,1}^{*(0)}) \Delta J_{1,1}^* \quad (12)$$

ここに、

$$\Delta J_0^* = J_0^* - J_0^{*(0)} \quad , \quad \Delta J_{1,1}^* = J_{1,1}^* - J_{1,1}^{*(0)} \quad (13)$$

4. 実験結果及び考察 実験は3.1に述べた条件の下で行った。TLD容器の(1,1)次振動モードに対する固有振動数 $f_{1,1}$ は1.6～2.6Hzである。また、等価振動系の固有振動数は0.7～1.4Hzであり、減衰定数は0.003～0.008であった。等価慣性モーメントを求めるのに必要な諸定数は、次のようにして定めた。 J_s^* は容器等の質量とその幾何学的な形から計算によって算出した。 $n_{1,1}$ は式(4)を用いて定めた。 K_s^* は空の容器($H=0$)に対する回転減衰自由振動実験によって得られた固有周期と J_s^* を用いて算出した。これらの諸定数を用いて、それぞれ一定水深に対して行った振動実験によって得られた振動系の固有周期から、上述の手順で等価慣性モーメント J_0^* 、 $J_{1,1}^*$ を算出した。結果を図-4(a)、(b)に示す。理論値を実線及び点線で、実験値を●及び◆で示した。同図(a)は容器底面の縦横の比 D/L が0.4の場合、(b)はそれが $D/L=1$ の場合である。(b)の場合には $J_{1,1}^*$ は理論的に0となるので、 J_0^* の値のみを示した。同図から、いずれの水深及び D/L についても、実験結果は理論値と比較的よく一致していることが判る。

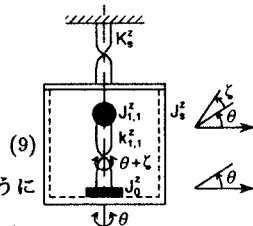
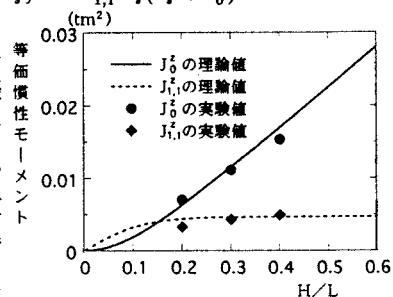
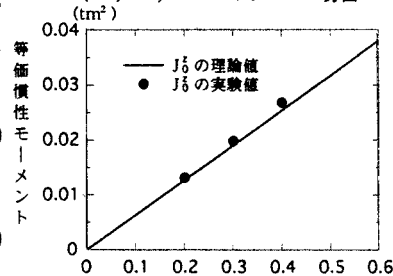


図-3 等価振動系



(a) $D/L = 0.4$ の場合



(b) $D/L = 1.0$ の場合

図-4 長方形TLDの等価慣性モーメント