I －441

マトリクス演算ソフトウェアMATLABによる不規則振動解析

(株)大日本コンサルタント○正員　甲斐　利彦
長崎大学工学部　正員　岡林　隆敏
(株)大日本コンサルタント　正員　川神　雅秀

１．はじめに

近年、多くの分野で数式処理ソフトウェアが使われるようになってきた。制御工学の分野では、MATLABの使用が一般的になっている。MATLABには数値計算のための関数群が豊富に準備されており、このソフトウェアを用いると、プログラム作成において制作者の負担を少なくなくすることができる。著者らは、このような数式処理ソフトウェアを、構造物や橋梁の不規則振動解析に適用した。本研究では、不規則解析に必要なプログラムパッケージ、［不規則振動解析ツールボックス］の作成とその有効性の検討を行った。

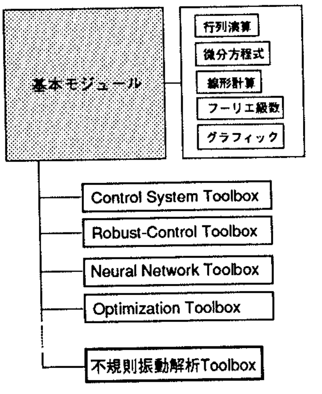

図-1　MATLABの構成

２．MATLABによる不規則応答解析

MATLABは、基本モジュールとこれに様々な機能を付加する、TOOLBOXと呼ばれるモジュールから構成されている。本研究では、基本モジュールと最適化ツールボックスを用いた。この概要を図-1に示した。

本研究で作成したプログラムは、不規則振動解析の一連のプログラムとそれを確認するための不規則シミュレーションのプログラムである。作成した主要なプログラムの概要を表－１に示した。

表－１　作成したプログラム

不規則シミュレーション	不規則振動解析
シミュレーション波形合成	多自由度系の不規則振動解析
多自由度系の応答解析	動吸振器を設置した場合の応答
動吸振器を設置した場合の応答	動吸振器の最適設計
	Pade近似による共分散方程式の解法
	Runge-Kutta法による共分散方程式の解法

３．構造物と動吸振器の運動方程式

本研究では、図-2、図-3のような動吸振器を設置した骨組構造物および橋梁を対象とする。これらの運動方程式は、次式のようになる。

$$y(x,t)=\phi^{T}(x)q(t) \tag{1}$$

$$\ddot{q}_k(t)+2h_k\omega_k\dot{q}_k(t)+\omega_k^2q_k(t)=P_k(t)-\mu_{dk}\phi_k(a)\ddot{d}(t) \tag{2}$$

$$\ddot{d}(t)+2h_d\omega_d\left\{\dot{d}(t)-\dot{y}(t)\right\}+\omega_d^2\left\{d(t)-y(t)\right\}=0 \tag{3}$$

それぞれのモデルにおける外力$P_k(t)$は、次のように表すことができる。

ラーメン構造物：$P_k(t)=\phi_k n(t)$　(4)

車両が走行する橋梁：$P_k(t)=-\mu_{0k}\phi_k(vt)\ddot{z}(t)$　(5)

また、車両および路面凹凸の運動方程式は次式で表わすことができる。

$$\ddot{z}(t)+2h_0\omega_0\left\{\dot{z}(t)-\dot{y}(vt,t)-\dot{r}(t)\right\}+\omega_0^2\left\{z(t)-y(vt,t)-r(t)\right\}=0 \tag{6}$$

$$\dot{r}(t)+\beta r(t)=n(t) \tag{7}$$

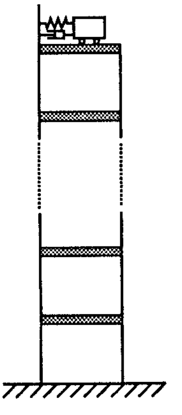

図-2　n層ラーメン

ここで、$q_k(t)$とϕ_kは、k次の規準座標と振動モード、$q(t)$と$\phi(x)$は、n次振動までを考慮したそれぞれのベクトルである。$d(t)$と$z(t)$は動吸振器と車両の変位、$r(t)$は路面凹凸の変位、h_k，ω_k，h_d，ω_dはそれぞ

れ構造物および動吸振器の減衰定数、固有円振動数である。さらに、μ_{dk}，μ_{0k}は構造物の k 次の有効質量と動吸振器および車両の質量比である。ここで、状態変数を

$$X(t)=\left[\, q^T(t)\ \ \dot{q}^T(t)\ \ d^T(t)\ \ \dot{d}^T(t)\,\right]^T \tag{8}$$

と定義すると、状態方程式は、

$$\dot{X}(t)=A(t)X(t)+B(t)W(t) \tag{9}$$

と表すことができる。ここに、$W(t)$は白色雑音過程ベクトルで、次の特性を有する。

$$E\left[W(t_1)W^T(t_1)\right]=Q(t_1)\delta(t_1-t_2) \tag{10}$$

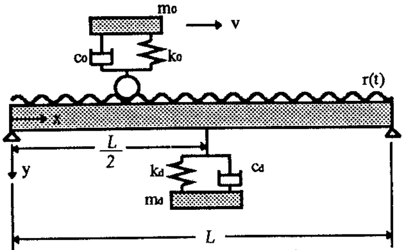

図-3　車両が走行する橋梁

次に、中点に動吸振器を設置した橋梁上を、車両が走行する場合の(7)式における状態変数は、

$$X(t)=\left[\, q^T(t)\ \ \dot{q}^T(t)\ \ d(t)\ \ \dot{d}(t)\ \ z(t)\ \ \dot{z}(t)\ \ r(t)\,\right]^T \tag{11}$$

と定義することができる。

4．不規則応答解析

不規則応答解析では、応答の指標として分散、標準偏差を求める。状態変数$X(t)$の共分散を$R(t)=E\left[X(t)\ X(t)^T\right]$ で定義すると、(9)式に対応する共分散方程式は、

$$\dot{R}(t)=A(t)\ R(t)+R(t)A^T(t)+B(t)Q(t)B^T(t)\quad ,\ R(t_0)=R_0 \tag{12}$$

で表され、変位応答の分散は、

$$E\left[y^2(t)\right]=\phi\ E\left[q(t)\ q(t)^T\right]\phi^T\ ,\ \sigma_y(t)=E\left[y^2(t)\right]^{1/2} \tag{13}$$

として求めることができる。

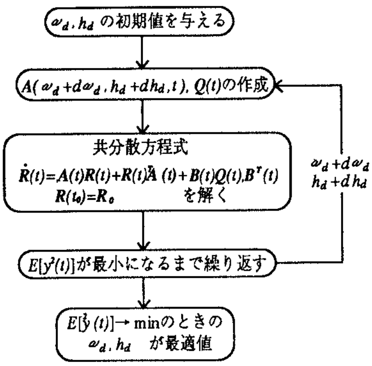

図-4　動吸振器の最適化フローチャート

5．動吸振器の最適設計

最適設計では、まず、動吸振器の固有円振動数および減衰定数に、初期値として適当なパラメータを与える。(9)式の変数マトリクスの要素となる対象モデルの変位の分散が$\sigma^2_{ymax}\rightarrow min$となるまで計算を繰り返す。n個の動吸振器を考えた場合、目的関数σ_{ymax}を最小とする最適な$\alpha=\left[\omega_{d1}\cdots\omega_{dm}\ \ h_{d1}\cdots h_{dm}\right]$を求める。この計算には、OptimizationTOOLBOXを用いた。解析例として、基盤に不規則外力が作用するラーメン構造物、および、車両が走行する橋梁の不規則応答解析を行った。図-5、6は、非定常応答解析により最適設計を行い、得られた動吸振器の最適なパラメータを用いて得た結果である。

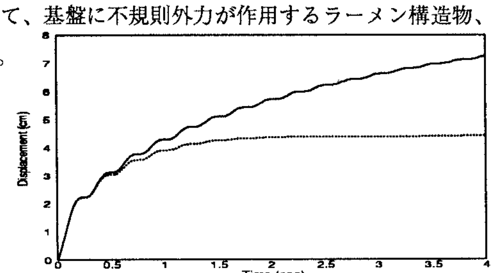

図-5　基盤に不規則外力が作用する
5層ラーメンのTMDによる制御

6．まとめ

本論文では、不規則振動解析と動吸振器の最適設計のプログラムをマトリクス演算ソフトウェアMATLABを用いて作成した。これらの計算は、状態方程式のマトリクス変更のみで各種の解析が可能になり、プログラムのパッケージ化を行うことができた。

[参考文献](1)阿部：やさしいMacの数値／数式処理プログラム,1990年(2)The Math Works.Inc：MATLAB Reference　Guide,1993年,(株)サイバネットシステム(3)岡林、竹下：構造工学論文集Vol.39A,pp.671,1993年

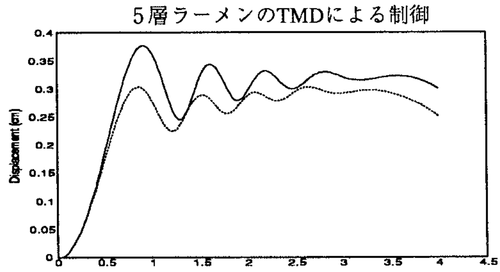

図-6　車両が走行する橋梁のTMDによる制御