

I - 434

道路橋交通振動のための時変フィードバック則によるアクティブ制御

長崎大学大学院 学生員○尾口 慎也

長崎大学工学部 正 員 岡林 隆敏

長崎大学大学院 学生員 加賀 敏明

1. はじめに

近年、高速道路周辺で交通荷重による環境振動が深刻な問題となっている。そのため、道路橋に発生する振動制御が必要になる場合が考えられる。本研究では、道路橋に単一車両が走行する場合において、最適レギュレータ理論¹⁾と瞬時最適化理論²⁾³⁾を適用し、橋梁の振動制御について検討したものである。本論文では、これらの制御の有効性について検討した。

2. 橋梁 - 車両系の方程式

図 - 1 に示すように、橋梁上を、ばね質点系でモデル化された単一車両が、一定速度 v で走行する場合を考える。 x 点の変位応答は、基準座標 $q_s(t)$ と振動モード $\phi_s(x)$ により

$$y(x,t) = \sum_{s=1}^n \phi_s(x) q_s(t) \quad (1)$$

で与えられ、橋梁全体と、車両の運動方程式は、次式で表される。

$$\ddot{q}_s(t) + 2h_s \omega_s \dot{q}_s(t) + \omega_s^2 q_s(t) = -\mu_s \phi_s(vt) \ddot{z}(t) \quad (2)$$

$$\ddot{z}(t) + 2h_0 \omega_0 (\dot{z}(t) - \dot{y}(x,t) - \dot{r}(t)) + \omega_0^2 (z(t) - y(x,t) - r(t)) = 0 \quad (3)$$

ここで、 $\phi_s(x)$: s 次振動モード、 $q_s(t)$: s 次基準座標、 $z(t)$: 車両の変位、 $\omega_s, \omega_0, h_s, h_0$: それぞれ橋梁および車両の固有振動数と減衰定数、 μ_s : 橋梁の s 次の有効質量と車両重量比、 $r(t)$: 路面凹凸である。これらより、(1)(2)(3)式の状態空間表示は次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= \begin{bmatrix} \dot{q}_s(t) & \ddot{q}_s(t) & \dot{z}(t) & \ddot{z}(t) \end{bmatrix}^T, \quad r(t) = \begin{bmatrix} r(t) & \dot{r}(t) \end{bmatrix}^T \\ \dot{X}(t) &= A(t)X(t) + Bu(t) + Dr(t), \quad X(t_0) = X_0 \end{aligned} \quad (4)$$

3. 路面凹凸のモデル化

路面凹凸 $r(t)$ は、図 - 2 のパワースペクトル密度に基づいて強度 σ^2 を有する白色雑音 $n(t)$ を入力する路面系でモデル化する。

$$\ddot{r}(t) + \beta \dot{r}(t) = n(t) \quad (5)$$

ここで、 $\beta = 2\pi v a$ 、 $\sigma^2 = 4\pi^2 v a$ 、 $a = 0.05$ 、 $A = 0.001(\text{cm}^2/\text{m})$ である。

4. 最適化制御則

4 - 1 最適レギュレータ制御則

全状態量がフィードバックできるとして、制御力を $u(t) = -K(t)X(t)$ とする。

非定常の場合フィードバックゲイン行列は、次のリカッチ方程式で計算できる。

$$K(T-\tau) = R^{-1} B^T P(T-\tau) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} -\frac{d}{d\tau} P(\tau) &= P(\tau) A(\tau) + A^T(\tau) P(\tau) \\ &\quad - P(\tau) B(\tau) R^{-1} B^T(\tau) P(\tau) + Q, \quad P(T) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

定常の場合、(7)式は、 $\tau \rightarrow \infty$ となり、連立方程式になる。

4 - 2 瞬時最適化制御則

(4)式を、差分化し制御則の誘導にラグランジェの未定乗数法を用いることにより、フィードバック制御は次式で実現できる。

$$X_k = (I + P_{k3} B R^{-1} B^T P_{k3}^T Q)^{-1} (T(k-1) + P_{k3} D_k r_k) \quad (8)$$

$$u_k = -R^{-1} B^T P_{k3}^T Q X_k \quad (9)$$

ここに、 $P_{k1} \sim P_{k3}$ は、時変係数である。

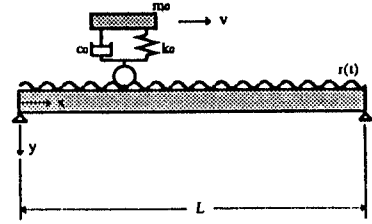


図 - 1 橋梁 - 車両系

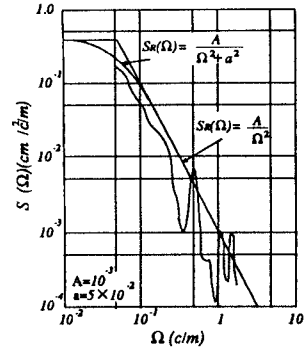


図 - 2 パワースペクトル密度

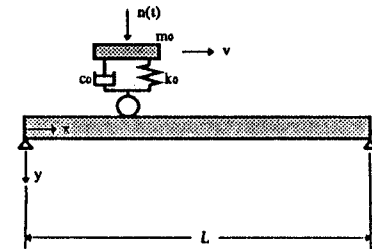


図 - 3 橋梁 - 車両 - 路面系

5. 橋梁 - 車両 - 路面系の共分散方程式

橋梁の1次振動を考えると、状態変数ベクトル $X(t)$ は次式で定義できる。

$$X(t) = [q_1(t) \quad \dot{q}_1(t) \quad z(t) \quad \dot{z}(t) \quad r(t)]^T \quad (10)$$

これより、(1)(2)(3)(5)式は、次式のような微分方程式で表せる。

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + Dn(t), \quad X(t_0) = X_0 \quad (11)$$

ここで、 $X(t)$ の共分散を、 $R_x(t) = E[X(t)X(t)^T]$ で定義すると、(11)式に対応する共分散方程式は、次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \dot{R}_x(t) &= A_x(t)R_x(t) + R_x(t)A_x(t)^T + Q_x(t) \\ R(t_0) &= R_x(t) \end{aligned} \quad (12)$$

6. 数値解析と考察

(1) 各種制御則による制御効果

橋梁振動を3次振動として、図 - 4 に各種制御則による支間中心の変位応答を示し、図 - 5 にそれぞれの変位応答に対応する制御力を示した結果、3つの制御則とも大きな差は認められない。

(2) 状態フィードバックに関する影響

橋梁と車両の状態量をフィードバック制御させる場合と、橋梁のみの状態量をフィードバック制御させる場合を検討した。図 - 6 を見ても分かるように、顕著な差は認められていない。

(3) 共分散方程式による応答

図 - 7 には、橋梁の1次振動について分散応答による定常・非定常レギュレータ制御則の両制御則の支間中心の変位応答を示し、図 - 9 には、状態フィードバック変数による支間中心の変位応答を示した。分散応答の場合でも両制御則に大きな差が認められなかった。

7. まとめ

道路橋の振動制御のために定常レギュレータ制御則、非定常レギュレータ制御則および瞬時最適化制御則の3種の制御則を適用して制御効果を検討した。ここで解析の対象にしたモデルは車両が1自由度系、橋梁は1次振動と3次振動である。より現実的なモデルを規定した検討を行いたい。

【参考文献】

- 1) 樫木義一・添田喬・中溝高好：確率システム制御の基礎、日新出版、1975年5月。
- 2) J.N.Yang, A.Akbarpour and P.Ghaemmagham: ASCE, Vol.113, No.9, pp.1369-1386, Sept, 1987.
- 3) 小堀鐸二：制震構造、鹿島出版会、1993年9月。

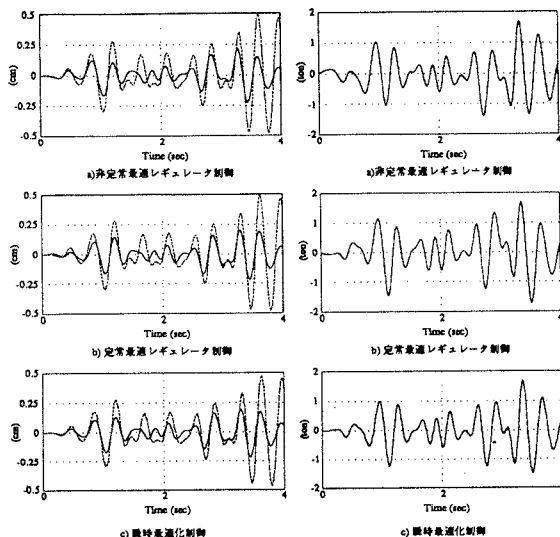


図 - 4 各種制御則による応答

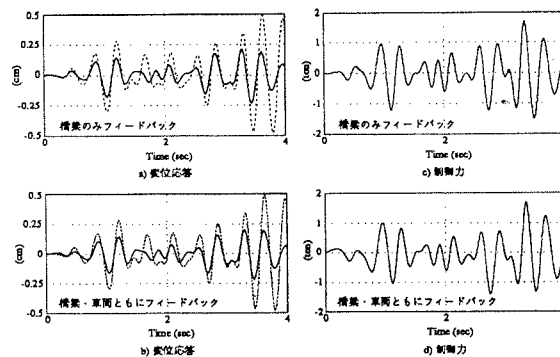


図 - 5 各種制御則による制御力

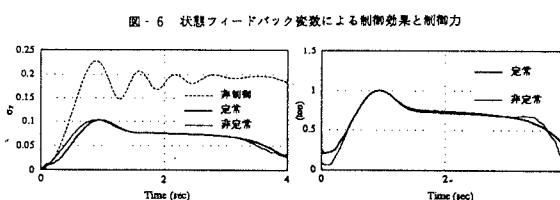


図 - 6 状態フィードバック変数による制御効果と制御力

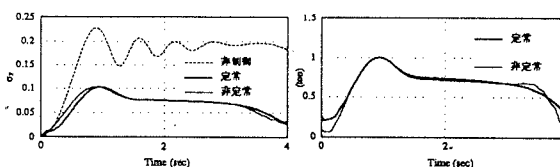


図 - 7 分散応答による制御効果の比較

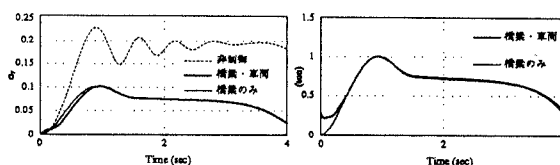


図 - 8 制御力の標準偏差

図 - 9 異なるフィードバック変数による分散応答

図 - 10 制御力の標準偏差