

I-422 逆解析による推定の信頼性について

東電設計（株） 正会員 金子俊輔 正会員 吉田郁政

1. はじめに 確率論に基づく逆解析では推定された未知パラメタの信頼性はその共分散行列から議論することができる。未知パラメタの信頼性を議論することは観測量誤差のレベル等、与えられた条件からどの程度の信頼性を持った推定が可能かを考えることになり、大変重要な問題である。本報告では観測量誤差のレベルと逆解析による推定値の信頼性の関係について論じる。

2. 未知パラメタの共分散行列 確率論に基づく逆解析¹⁾において、未知量 x の事後の共分散行列 P_{xi} は次式で表される。

$$P_{xi} = (H_{xi}^T R^{-1} H_{xi} + M^{-1})^{-1} \quad (1)$$

ここに、 H_{xi} ：ヤコビアン行列 R ：観測量誤差の共分散行列 M ：未知量の事前の共分散行列
事後の共分散行列は観測量誤差のレベル、事前情報の信頼性、未知量と観測量の関係から決まることが分かる。

3. 数値計算例 図-1に示すFEMモデルを用いて観測量誤差のレベルと推定値の信頼性の関係について検討を行った。未知パラメタは第1、2、3層のヤング率 E とポアソン比 ν の6個とし、観測量は図に示す10個の場合を基本ケースとした。観測量誤差の共分散行列は対角行列とし、各誤差の標準偏差は同じ大きさとした。事前情報は各未知パラメタに対して変動係数1.0を与えた。基本ケースについての観測量誤差の標準偏差と未知パラメタの事後の変動係数の関係を図-2に示す。事前情報として変動係数1.0を与えたため、観測量誤差の標準偏差をいくら大きくしても推定値の事後の変動係数が1.0を上回ることはない。また、観測量誤差の標準偏差が十分に小さい範囲では観測量誤差と推定誤差が線形関係になっている。式(1)よりわかるように両者が線形関係になっている領域では観測値だけから推定値が決められ、非線形関係の領域では事前情報の影響を受けて決められていることを示している。事前情報が乏しい場合、すなわち、事前の変動係数を大きくすると観測量誤差が大きい領域でもそのまま線形関係が延長され、推定値（解）が不安定になる。図-3に観測量を観測点1から6の鉛直方向変位の6つとした場合について示す。図-2に比べると、ヤング率の推定精度は大きく低下しているがポアソン比の推定精度には大きな変化はない。次に観測量を観測点2、3、4、5の水平方向と1、6の鉛直方向とした場合について図-4に示す。図-3の傾向とは逆に、ヤング率の推定精度はあまり低下していないが、ポアソン比の推定精度が低下していることが分かる。この問題では、水平方

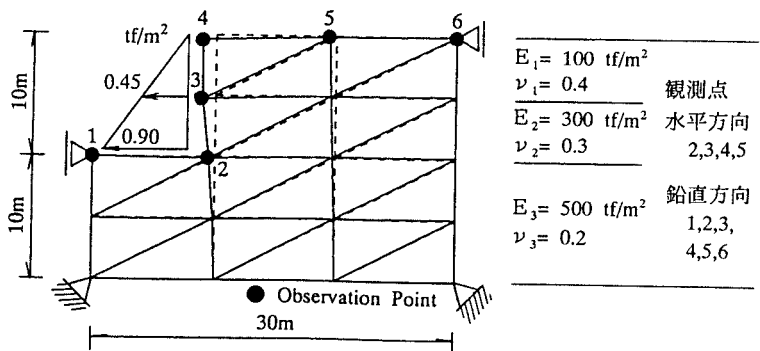


図-1 検討に用いたFEMモデルと観測点配置

向変位がヤング率の推定に対して重要であり、鉛直方向変位はポアソン比の推定に対して重要であることを示している。以上のケースでは未知パラメタの数以上の（独立な）観測量が得られているので、誤差が限りなく小さい場合は全ての未知パラメタを良い精度で推定できる問題となっている。

次に観測数が未知数よりも少ない場合について同様の図を求めた。図-5に観測量を観測点2、3、4、5の水平方向変位、観測点1の鉛直方向変位の5つとした場合について示す。図-4と比較すると、ポアソン比の推定精度が低下し特に第3層のポアソン比はほとんど推定できない状態になっているが、ヤング率に関してはあまり違いがない。また、観測量誤差の小さな領域に注目すると推定精度に上限があることが分かる。つまり、いくら観測量誤差を小さくしても、ある一定以上には推定精度を上げることができなくなっている。図-6、図-7ではさらに観測点数を減らし、観測数が4個と3個の場合について示す。観測点数が少なくなるに従い、推定精度がさらに悪化してきており、図-7のケースではいくら観測量誤差の標準偏差を小さくしても推定値の変動係数を0.1以下にすることはできない。図-5、-6、-7の3つのケースは観測数が未知数よりも少ない問題であり、事前情報がない場合には解の唯一性が失われる問題である。そのような場合にも事前情報を与えることにより解くことができ、ある程度以上の観測量誤差がある範囲では、図-5のケースのように未知数が観測数よりも多い問題であっても、両者の数が等しい図-4と同じような推定精度（ヤング率）となっていることは興味深い。

参考文献

- 1) 吉田他: 2次元FEMを用いた確率論に基づく逆解析の定式化とその解法, 土木学会論文集, NO.507, pp.129-136, 1995

