土木学会第50回年次学術講演会（平成７年９月）

I －419

拡張ベーズ法による杭の変位推定のための地盤定数の逆解析（その１）

岐阜大学　正会員　本城　勇介
岐阜大学　学生会員　工藤　暢章
長岡技術科学大学　学生会員　岩本　悟志
長岡技術科学大学　正会員　小川　正二

1　はじめに

地盤工学における諸問題への逆解析手法の適用では、データの共線性（問題の不適切性）が大きな問題である。この問題の解決のためには、事前情報の利用が不可欠であるが、事前情報の観測情報への適切なマッチングは大きな問題である。このほか観測データの質と量に応じたモデルの同定も重要な問題である。この２つの問題に対して、赤池のベーズ情報量基準（以下ABICと呼ぶ）を用いた拡張ベーズ法を適用することにより、これらを解決することができる。本報告はこの解析手法の性質を簡単な杭モデルを用いて紹介する。

2　逆解析における諸問題

2.1　観測データの共線性

逆解析は問題が線形の場合は、連立一次方程式を解くことと同様に考えることができる。観測値と推定されるパラメータとの関係を表す観測方程式は次式により与えられる。

$$\underline{y} = X\underline{\theta} + \underline{\varepsilon} \tag{1}$$

ここに、$\underline{y}$：観測ベクトル、X：観測行列、$\underline{\theta}$：推定されるパラメータ、$\underline{\varepsilon}$：誤差ベクトル

式(1)の観測方程式の傾きが互いに直交に近い場合、解は比較的容易に求められ、その残差二乗和の関数も明確な極値をとる（図1(a)(b)）。これに対し、各方程式の傾きが非常に接近しているときは、解は極めて不安定な状態になる。すなわちわずかの誤差が解に大きな変化を与える（図1(c)）。このような場合、残差二乗和のコンターには非常に細長い谷があらわれ、解の決定が困難となる。（図1(d)）。図１(c)(d)を不適切な問題、あるいは共線性を持つ問題と呼ぶ。

2.2　モデルの同定に関する問題

逆解析の際生ずる誤差には主に２つあり、(1)モデリングによって生ずる誤差、(2)推定パラメータの誤差である。一般にモデルパラメータ数が増すことでモデルのデータへのフィッティングは向上するが、推定パラメータの誤差は増大する。観測データの質と量に応じたモデルの同定（選択）が重要である。

3　拡張ベーズ法

上記の共線性に対しては、観測データに事前情報（式(2)第２項）を適当な重み（β）を乗じて導入することで、解の安定を図る。これを拡張ベーズ法と言う。

$$\min J(\underline{\theta}) = \left(\underline{y} - X\underline{\theta}\right)^T V_{\underline{u}}^{-1}\left(\underline{y} - X\underline{\theta}\right) + \beta\left(\underline{\theta}^* - \underline{\theta}\right)^T V_{\underline{\theta}}^{-1}\left(\underline{\theta}^* - \underline{\theta}\right) = J_{\underline{u}}\left(\underline{\theta}\right) + \beta J_{\underline{\theta}}\left(\underline{\theta}\right) \tag{2}$$

ここで、事前情報へ与える重みβは観測情報を最大限に生かし、かつ解を安定させる適切な値とする必要がある。事前情報へ与える重みβは、下式で与えるABICの最小となる時のβで決定される。

$ABIC$ =-2(ベーズ最大尤度) +2（超パラメータ数）

一方、観測データの性質に応じたモデルの同定についてもABICが最小になるときのモデルが最適なモデルとなる。

4　疑似データによる簡易の杭モデルによる逆解析

この例では、簡単な杭の変モデルを考え、モデルパラメータ値の推定にABICを用い、その有効性を紹介する。

このモデルでは、図2に示すように、杭は５つの同じ大きさのエレメントに分けられ、それぞれのエレメントは個別に異なるバネ定数を持つバネにより地盤に接続されている。また杭の先端も別のバネがあり、地盤と接続されている。杭は剛体と仮定されており、従って杭頭変位δは全てのエレメントの鉛直変位でもある。

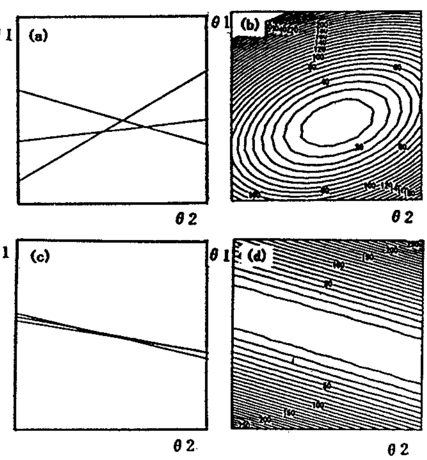


図-1(a)適切な問題

図-1(b)適切な問題　残差二乗和のコンター

図-1(c)共線性のある問題　（不適切な問題）

図-1(d)共線性のある問題 残差二乗和のコンター

このモデルにＰ＝500tonの荷重を加えたときの変位、軸力分布を求め、これを用いて逆解析を行う。ただし、データは、計算された真値を用いる場合（Data0）、計算値にある程度のノイズを加えた場合（Data10）、同じくかなりの大きさのノイズを加えた場合（Data20)を用意した。これらの杭頭変位および軸力分布を図3に示した。

推定のために用意したモデルは3種類とした。それらは導入されたパラメータの数によりM2, M3, M4と呼ぶことにする（図-4)。事前分散・共分散行列には単位行列を与え、それぞれの事前平均値は真値に比較的近い値を与えるものをP1、真値に比較的近い一様な値を与えるものをP2、及び真値からかなり離れた一様な値を与えるものをP3とした。それぞれのモデルについての事前平均値を表1に示す。

観測方程式は線形方程式となり、式(1)、(2)がそのまま用いられる。

計算された観測値にそれぞれData0～20の観測データに基づいた解析結果を表2, 3, 4に示した。各観測データにおいて最小のABICが得られた解析ケースはそれぞれのデータについて、

Data 0：M4-P1,　Data10：M3-P1

Data20：M2-P1　である。

なお、この3種類のデータは全く異なる観測値であるから、例えばABICの値を上記の3つのケースについて比較することは意味をなさない。

これらの結果より次のことが言える。

(1)ノイズの小さいデータほど、複雑なモデルが選択された。逆に言うとデータのノイズが大きくなると、より単純なモデルの方が安定したパラメータ推定値を与えるので、予測には役立つと判断するというABICの本質があらわれている。

(2)個々のモデルについてみると、適確な事前情報が与えられる場合、パラメータ推定時に、これに重みをおいた方が良いということを、ABICは自動的に調整する。

(3)モデルの選択と事前分布の適確性の間には相互作用がある。例えばData0において、事前情報P1, P2の場合、ABICはM4を選択する。すなわち事前分布がより適確であれば、より複雑なモデルが選択される。同様のことは他のデータの場合にも言える。

まとめ

このようにABICは先に述べた逆解析の諸問題の解決に有効なことを示した。今回は疑似データでの解析であるが、以下では、これを実観測データに適用する。

参考文献

Y. Honjo, N. Kudo(1995) Model Selection and Parameter Estimation in Geotechnical Inverse Analysis by Extended Bayesian Method, Proc. ICASP7, Paris

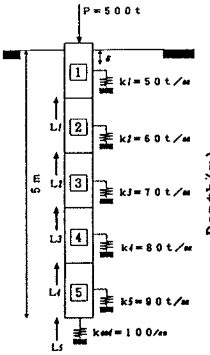


図-2 真のモデル

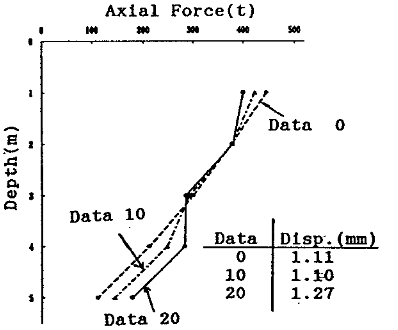
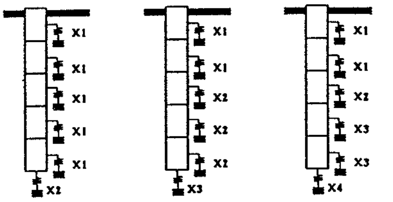


図-3 観測データ



(a) Model 2　(b) Model 3　(c) Model 4

図-4 逆解析で用いた杭モデル

表-1 事前情報

	Prior 1 (P1)	Prior 2 (P2)	Prior 3 (P3)
Model 2 (M2) (x_1, x_2)	80, 120	75, 75	150, 150
Model 3 (M3) (x_1, x_2, x_3)	50, 80, 120	75, 75, 75	150, 150, 150
Model 4 (M4) (x_1,x_2,x_3,x_4)	50, 70, 90, 120	75, 75, 75, 75	150, 150, 150, 150

表-2 観測データによる解析結果

Data0

Model-Prior	ε	ABIC	Model-Prior	ε	ABIC	Model-Prior	ε	ABIC
M2-P1	1.0	47.50	M3-P1	1.0	39.47	M4-P1	10.0	33.70
M2-P2	0.1	49.90	M3-P2	0.1	41.21	M4-P2	0.01	39.70
M2-P3	0.1	51.10	M3-P3	0.01	46.20	M4-P3	0.001	47.30

Data10

Model-Prior	ε	ABIC	Model-Prior	ε	ABIC	Model-Prior	ε	ABIC
M2-P1	1.0	53.30	M3-P1	10.0	54.10	M4-P1	1.0	55.70
M2-P2	0.1	54.50	M3-P2	0.1	57.79	M4-P2	1.0	58.20
M2-P3	0.1	55.00	M3-P3	0.1	59.20	M4-P3	1.0	60.90

Data20

Model-Prior	ε	ABIC	Model-Prior	ε	ABIC	Model-Prior	ε	ABIC
M2-P1	0.1	45.90	M3-P1	10.0	44.60	M4-P1	10.0	47.60
M2-P2	0.1	47.50	M3-P2	0.1	49.90	M4-P2	0.1	51.80
M2-P3	0.01	48.20	M3-P3	0.01	53.30	M4-P3	0.1	56.90