I－416　カルマン・ニューロ・クリッギング法の開発

日本道路（株）　正会員　長尾　剛
鳥取大学工学部　正会員　野田　茂

1. まえがき

正規確率場におけるクリッギングの補間理論は、これまで、数多く研究されきた。最近では非正規確率場に拡張された理論展開も試みられている。しかし、補間を行う際、様々な前提条件(確率場の特性など)が必要であり、最適推定値や推定誤差分散を厳密に求めることは容易でない。そこで、本研究では、少ない前提条件の下で、最適推定値や推定誤差分散を求めることができ、汎用性の高い合理的な補間理論の開発を目指す。

2. カルマン・ニューロ・クリッギング法 (KNK 法)

拡張カルマンフィルタの基本解を用いると、クリッギングの補間式が誘導できる。この点に注目し、本研究では、ニューラルネットワークとカルマンフィルタ (あるいはクリッギング理論) をハイブリッドして、確率場の特性 (分布形、平均値や共分散) やノイズに左右されずに、最適推定値と推定誤差分散を評価するアルゴリズムを開発する。

(1) カルマン・ニューロ法

観測データを用いたニューラルネットの学習によれば、重み係数 W が更新される。そこで、本研究では、重み係数を状態量にとり、式 (1) の状態方程式と式 (2) の観測方程式を考える。

状態方程式　$$\{W\}_{t+1} = [\ I\ ]\{W\}_t \tag{1}$$

観測方程式　$$\{y\}_t = \{h(\{W\}_t)\}_t + \{v\}_t \tag{2}$$

ここに、y は観測量、v は観測ノイズ、h は状態量と観測量を結びつける非線形関数である。

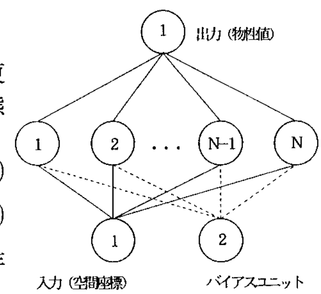

図1　バイアスユニットを有するネットワーク

重み係数は、拡張カルマンフィルタアルゴリズム[1]を用いると、更新 (学習) できる。さらに、重みの推定誤差分散が評価される。本研究では、バイアスユニットを用いた階層型ニューラルネットワーク (図 1) を用いる。教師信号としての学習用データには観測点の空間座標や物性値を採用する。逐次型同定アルゴリズムは図 2 のようになる。

(2) ニューラル・クリッギング法

階層型ネットワークは汎化能力を有している。そこで、この能力を活かして、重み係数 W とニューラルネットワークの構造を用いて、未観測点の物性値を推定する。ただし、この方式だけでは推定精度が悪くなる。そこで、ニューラルネットの構造 h の 2 階微分を用いることにより、高精度なアルゴリズムを構築する。さらに、重み係数の推定誤差共分散を用いて、物性値の推定誤差分散を評価する。このための近似式は次のようになる[2]。

$$\widehat{Y}_{k|k} = h(\widehat{W}_{k|k}) + P_{k|k}h''(E[W_k])/2 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\widehat{P}_{k|k} &= h'(E[W_k])P_{k|k}h'(E[W_k])^T \\ &+ \frac{1}{2}h''(E[W_k])P_{k|k}P^T_{k|k}(h''(E[W_k]))^T\end{aligned} \tag{4}$$

ただし、重み係数の平均値や共分散の事前情報は既知である。

図 3 には、図 2 の結果を受け、式 (3) と式 (4) を求めるための一連のフローを示す。

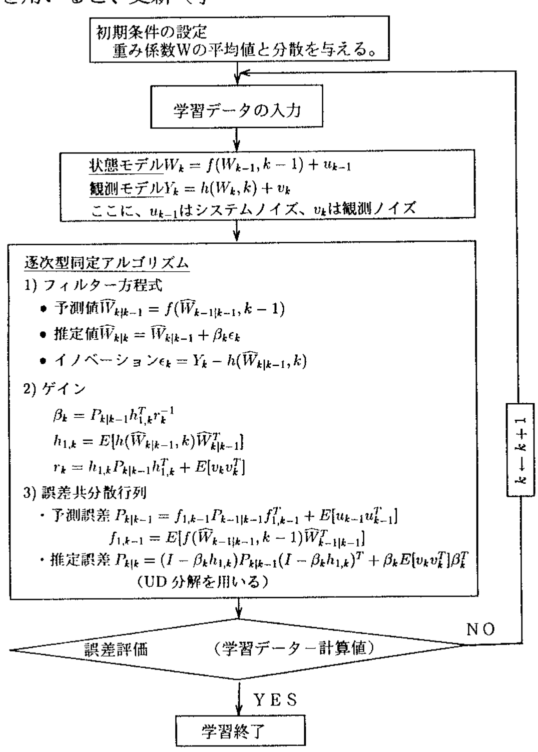

図2　カルマン・ニューロ法のフローチャート

3. 分析結果および考察

本研究では、正規確率場の 13 観測点でデータが与えられた条件で、KNK 法と Simple Kriging(SK) 法によって、未観測点における推定値と推定誤差分散を求め、両者の比較・分析を行う。

観測データを学習データとみなし、ネットワークを学習させた。この収束状況を示したのが図 4 である。平均誤差とは、13 観測点における学習データと計算値の誤差平均を意味する。図からわかるように、学習回数 300 回ほどで、ほぼ収束している。これより、本手法の学習精度はかなり高いのではないかと考えられる。

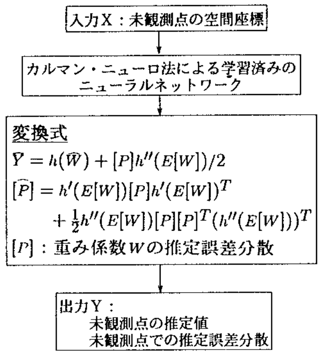

図3 カルマン・ニューロ・クリッギング法のフロー

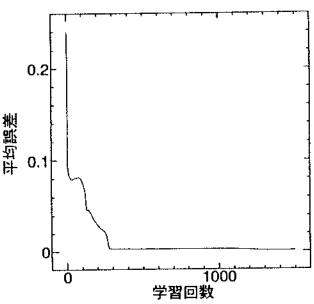

図4 学習誤差の収束状況

SK 法と KNK 法の結果は図 5 と図 6 のようになる。図中、破線は事前の平均値、実線は事後の平均値 (最適推定値)、○印は 1 つのサンプルを示す。

SK 法によれば、観測点間の推定値は事前の平均値に近づくように補間されている。しかし、KNK 法ではこのような傾向が見られない。補間値はラグランジェ補間やスプライン補間に近い挙動をしている。SK 法による推定値は、観測点で、観測データに完全に一致する。しかし、KNK 法では一致しない点も見られる。これは、オーバーフィッティングのため、未観測点での推定誤差に左右されるためと考えられる。

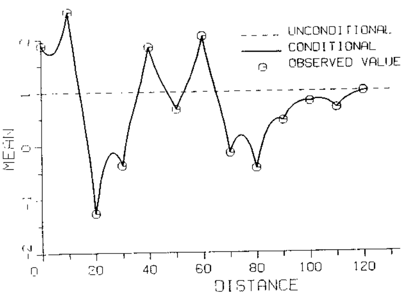

図5 SK法による最適推定値

図 5 と図 6 を比較すれば、本手法の有効性が発揮されていないことがわかる。式 (3) の右辺第 1 項のみによる平均誤差は 0.009、提案手法では 0.03 であった。この結果のみから判断すれば、さらに改良の余地が残っているようである。ただし、一連の考え方を否定するものではない。

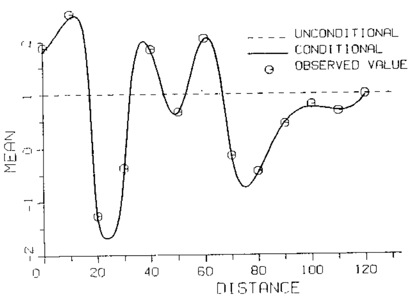

図6 KNK法による最適推定値

上記の問題点の改良や推定誤差分散を評価するためには次のような改良法が考えられる。今後は、この点を含めて、さらに汎用的なアルゴリズムを確立しなければならない。

1) 重み係数の推定誤差共分散の初期値やネットワーク構造の 2 階微分を改良して、推定誤差分散を評価する。
2) AIC などの規準によって、中間層サイズなど、ネットワーク構造の初期設定を適切に定める。
3) 前提条件が既知の場合、それを教師データにそのまま入力する。
4) さらに、取り扱うデータにも工夫が必要である。例えば、入力データを複数にして、観測データに相関性をもたせる方法や観測データを時々刻々取り込む方法などの工夫が考えられる。

4. あとがき

今回の数値実験では、学習データが少ないなどの種々の理由により、本手法の有効性を示すことができなかった。しかし、拡張カルマンフィルタとニューラルネットを併用して求めた重み係数とその誤差共分散を用いて、式 (3) と (4) による推定値の高精度化と推定誤差分散を評価するという考え方は新しい試みである。3. で述べた改良を行うことにより、提案手法は補間手法として有力なアルゴリズムになり得る可能性がある。今後は、問題点の改良と推定誤差分散の評価法を確立するため、本手法の改善を目指す予定である。

参考文献

1) 片山徹：応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983 年 4 月.
2) Noda,S. and Hoshiya,M.:Updating of lognormal stochastic field, Submitted to the Journal of Engineering Mechanics, A.S.C.E., for review and possible publication on December 1994.