

I - 415

定常応答データを用いた逆解析

東京電機大学 学生員 ○安部芳久 国土館大学 正会員 小野 勇
東京電機大学 正会員 松井邦人 国土館大学 正会員 菊田征勇

1. はじめに

逆解析において実用上問題となるものは計算回数、計算時間である。そこで、ここでは調和外力加振の実験より得られた定常応答データを用いて、繰返し計算を行わず直接各パラメータを同定する手法を導き、その手法の特性と有効性について検討する。

2. 実験概要

実験は、図-1のような多柱式基礎の供試体に対し、外力である起振モーメントを一定にして、加振振動数を4 Hz から 20 Hz まで変化させ加振実験を行った。また、応答は、2個の加速度計を頂版上に取り付け、それぞれの計測値の差からねじれ角加速度を計算している。計算より求めた質量の慣性モーメント、自由振動実験より得られた減衰係数、静的荷重実験より得られた剛性を表-1に示す。

3. 同定手法

解析においては図-1を1質点系にモデル化し、式を誘導した。

1質点系の運動方程式を示すと、

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = f(t) \quad (1)$$

となる。また、調和外力 $f(t)$ と応答の回転角の定常部分 $x(t)$ は一般に、

$$f(t) = F_a \sin \omega t + F_b \cos \omega t \quad (2)$$

$$x(t) = X_a \sin \omega t + X_b \cos \omega t \quad (3)$$

と表すことができる。式(2)、(3)を式(1)に代入し整理すると、以下の二式が得られる。

$$\begin{aligned} -\omega^2 X_a m - \omega X_b c + X_a k &= F_a \\ -\omega^2 X_b m + \omega X_a c + X_b k &= F_b \end{aligned} \quad (4)$$

ここで未知パラメータを慣性モーメント m 、減衰係数 c 、剛性 k とすると、式(4)だけでは各パラメータを決定することができない。そこで加振力の角振動数 $\omega^{(i)}$ をいろいろ変えて式(4)の形の方程式を多数求め、得られた方程式に最小二乗法を適用する。式(4)を以下のように書き直す。

$$\begin{aligned} -\omega^{(i)2} X_a^{(i)} m - \omega^{(i)} X_b^{(i)} c + X_a^{(i)} k &= F_a^{(i)} \\ -\omega^{(i)2} X_b^{(i)} m + \omega^{(i)} X_a^{(i)} c + X_b^{(i)} k &= F_b^{(i)} \end{aligned} \quad (5)$$

($i = 1, 2, \dots, n, n \geq 2$)

式(5)より、誤差の2乗和 J は、

$$J = \sum_{i=1}^n \left\{ -\omega^{(i)2} X_a^{(i)} m - \omega^{(i)} X_b^{(i)} c + X_a^{(i)} k - F_a^{(i)} \right\}^2 + \left\{ -\omega^{(i)2} X_b^{(i)} m + \omega^{(i)} X_a^{(i)} c + X_b^{(i)} k - F_b^{(i)} \right\}^2 \quad (6)$$

となる。求める各パラメータは J を最小にするものであるから、式(6)を各パラメータで偏微分し、それぞれを0と置き整理すると、下式ようになる。式(7)を $n \geq 2$ で解くことにより、全ての未知パラメータを決定することができる。

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \omega^{(i)4} \{ X_a^{(i)2} + X_b^{(i)2} \} & 0 & -\sum_{i=1}^n \omega^{(i)2} \{ X_a^{(i)2} + X_b^{(i)2} \} \\ 0 & \sum_{i=1}^n \omega^{(i)2} \{ X_a^{(i)2} + X_b^{(i)2} \} & 0 \\ \sum_{i=1}^n \omega^{(i)2} \{ X_a^{(i)2} + X_b^{(i)2} \} & 0 & -\sum_{i=1}^n \{ X_a^{(i)2} + X_b^{(i)2} \} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} m \\ c \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sum_{i=1}^n \omega^{(i)2} \{ F_a^{(i)} X_a^{(i)} + F_b^{(i)} X_b^{(i)} \} \\ -\sum_{i=1}^n \omega^{(i)} \{ F_a^{(i)} X_b^{(i)} + F_b^{(i)} X_a^{(i)} \} \\ -\sum_{i=1}^n \{ F_a^{(i)} X_a^{(i)} + F_b^{(i)} X_b^{(i)} \} \end{pmatrix} \quad (7)$$

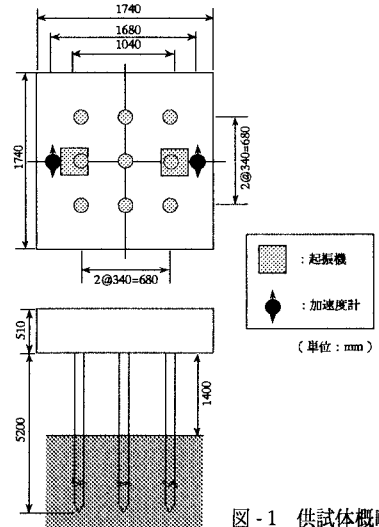


図-1 供試体概略図

表-1 実験結果

慣性モーメント	kgf cm s ² / rad	0.020873 × 10 ⁶
減衰係数	kgf cm s / rad	0.038478 × 10 ⁶
剛性	kgf cm / rad	43.630 × 10 ⁶

4. 数値シミュレーション

本手法を用いるためには、この場合2種類以上振動数を変え調和加振を行い、定常振動の最大振幅を計算する必要がある。逆解析を行うとき使用するデータのセット数 n の適切な数と、加振振動数域の範囲を検討するため数値シミュレーションを行った。モデルとして表-1の値、加振振動数として表-2の値を用いた。加振力と解析して求めた応答角加速度に10%のホワイトノイズを付加したものを測定データと見なしている。

逆解析では、低振動数域内での加振振動数の組合せから、以下同様に、固有振動数付近、高振動数域、総合（全体）と、加振振動数の組合せを4パターン設定した。また、それぞれにおいて用いるデータセット数 n を、2、3、5の3種類とし、解析を各30セット行い、同定結果のばらつきを調べた。

図-2～4に各パラメータの同定結果のばらつきを示す。

表-2 入力振動数 (Hz)

低振動数域	固有振動数 (7.28 Hz) 付近	高振動数域
4.0	7.1	7.6
4.5	7.2	7.7
5.0	7.25	7.8
5.5	7.28	7.9
6.0	7.3	8.0
6.25	7.35	8.5
6.5	7.4	9.0
6.75	7.45	9.5
7.0	7.5	10.0

図のように、各パラメータとも固有振動数付近のデータを用いた組合せが、他の3パターンに比べ、同定結果が非常に安定していることが分かる。また、データのセット数 n に関しては最小二乗法を用いているため、全体的には n の値を増やすにつれ、ばらつきも抑えられている。しかし、固有振動数付近の結果だけを注目すれば $n=3$ 、 $n=5$ ともあまり大差は見られない。よって、固有振動数付近のデータの組合せを用いた場合には $n=3$ で十分だと思われる。

5. 実測データを用いた同定

今回の実験により計測した角加速度より共振曲線を描いた所、固有振動数は7.3 Hz位であった。よって、実測データを用いた同定においても、最も効果的で効率的であると思われる、固有振動数付近のデータを3つ組合せて解析する方法をとることにした。以下に、同定に使用した振動数の組合せと、同定結果を示す。下記のように、この手法は実測データを用いても、比較的安定した同定結果を得ることができる。また、繰返し計算を行わないため、計算時間も全くかからないので、逆解析の一手法としても非常に有効であると思われる。

表-2 同定に使用した振動数の組合せ

ケース	入力振動数 (Hz)		
1	7.30	7.31	7.32
2	7.33	7.34	7.35
3	7.36	7.37	7.38
4	7.39	7.40	7.50
5	7.30	7.33	7.36
6	7.31	7.34	7.37
7	7.32	7.35	7.38
8	7.30	7.34	7.38
9	7.33	7.37	7.50
10	7.31	7.35	7.39

□：データセット数2 ○：データセット数3 △：データセット数5

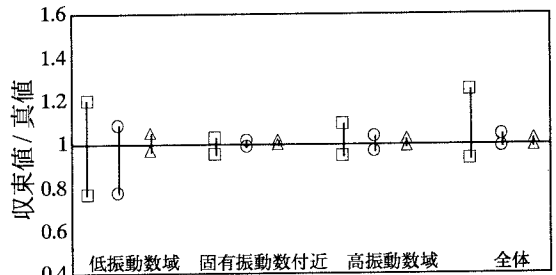


図-2 慣性モーメントの同定結果

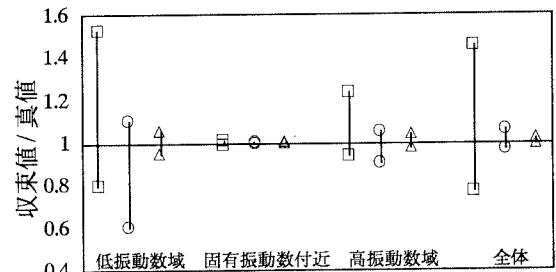


図-3 減衰係数の同定結果

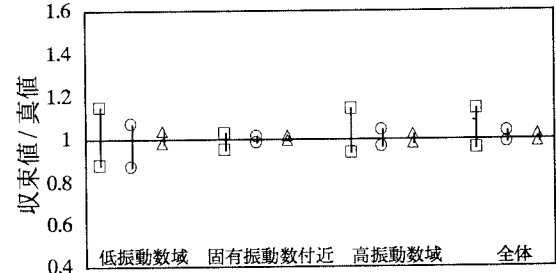


図-4 剛性の同定結果

表-3 同定結果

ケース	慣性モーメント ($\times 10^6 \text{ kgf cm}^2 / \text{rad}$)	減衰係数 ($\times 10^6 \text{ kgf cm s} / \text{rad}$)	剛性 ($\times 10^6 \text{ kgf cm} / \text{rad}$)
1	0.027151	0.039774	56.796
2	0.027955	0.037428	58.469
3	0.024526	0.035337	51.166
4	0.020808	0.032701	43.187
5	0.027581	0.038352	57.695
6	0.027617	0.037607	57.767
7	0.026775	0.037026	55.988
8	0.026776	0.037844	56.009
9	0.021783	0.035258	45.321
10	0.025117	0.037122	52.462

参考文献

安田仁彦：モード解析と動的設計、コロナ社、1993年