

I-413

拡張カルマンフィルタを用いた熱定数の同定

北海道大学	学生員	斉藤 知秀
北海道大学	正 員	三上 隆
㈱地崎工業	正 員	須藤 敦史

1. はじめに

与えられた問題をモデル化し解析する際の熱定数は、空間的に変動する等の不均質性を有するものと考えられ、また物性値試験より得られる値や観測データは観測誤差等のばらつきを含む値である。本研究では、ベイズ理論により事前分布を更新し事後分布を推定する拡張カルマンフィルタのアルゴリズムを用いた手法(EK-WLI法)¹⁾と1次元の非定常温度解析を行う際に用いる理論式とを組み合わせ、熱定数(熱伝導率、熱容量)を逆解析し、ノイズ(観測誤差)によるパラメーターの同定精度の比較検討を行い、熱定数同定の基礎的研究を行ったものである。

2. 拡張カルマンフィルタ

拡張カルマンフィルタは非線形連続型状態方程式と非線形離散型観測方程式を基本式として構成したものである。

$$dX_t/dt = f(X_t, t) + G_t W_t \quad (1) \quad Y_{tk} = h(X_{tk}, t_k) + V_{tk} \quad (2)$$

X_t : 状態ベクトル Y_{tk} : 観測ベクトル G_t : 変換行列

W_t : システム雑音ベクトル V_{tk} : 観測雑音ベクトル

この拡張カルマンフィルタの基本式に対するアルゴリズムは、非線形の状態方程式と観測方程式を基準軌跡のまわりにTaylor展開し線形化し、カルマンフィルタのアルゴリズムに代入して構成されたものである。式(1)は状態ベクトルの時間的遷移を、式(2)は状態ベクトルと観測ベクトルの関係を示している。また雑音ベクトルは、正規性のホワイトノイズである。

3. EK-WLI法の非定常温度解析への適用²⁾

(1) 状態方程式

熱定数は、不均質性を有し空間的に分布する値である。また物性値試験による値は測定誤差等のばらつきを含む値と考えられる。そこで、空間的に分布する熱定数や測定誤差を評価するため、拡張カルマンフィルタの状態方程式における状態ベクトルやシステムノイズを空間的なばらつきを有する値や試験誤差と仮定して定式化を行う。ここで、状態方程式中の状態ベクトルを熱定数とし、かつ測定誤差をシステムノイズ W_t として加えると式(3)のようになる。

$$\hat{X}(t_{k+1}|t_k) = [I] \hat{X}(t_k|t_k) + W_t \quad (3)$$

(2) 観測方程式

拡張カルマンフィルタにおける観測方程式は式(2)で示されるように、観測値は、理論式により得られた温度に観測雑音を加えた値である。

$$Y_t = T(x, t) + V_t = h(X_t) + V_t \quad (4)$$

式(4)より観測ベクトル Y_t は状態ベクトル X_t の関数となる。本研究で対象とする問題は、観測値がある時間において計測され、その計測値より最適状態ベクトルの推定を推定するものである。またEK-WLI法は観測ベクトルに含まれる情報を効率的に抽出するために、得られる観測値において状態ベクトル推定をローカルに繰り返す。したがって、離散表示した時間を t_k とすると、 t_k は時間には関係なく繰り返回数となる。

4. 数値解析例

観測値としては、図-1のような1次元モデルの問題の理論解を用いる。解析に用いた諸元、境界条件、初

期条件は次の通りである。図-1に示すように、位置が x 、時間が t における温度を $T(x, t)$ と表せば、

境界条件； $x = 0$ で $T(0, t) = T_1 = 100^\circ\text{C}$ 、 $x = l$ で $T(l, t) = 0^\circ\text{C}$

初期条件； $0 < x < l$ で $T(x, 0) = 0^\circ\text{C}$

熱伝導率 k ： $5.0 \times 10^{-6} \text{ kcal/sec. mm. }^\circ\text{C}$ ，熱容量 ρc ： $5.0 \times 10^{-7} \text{ kcal/mm}^3 \cdot ^\circ\text{C}$

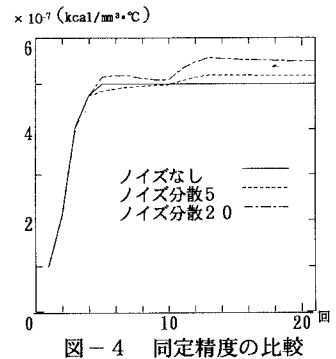
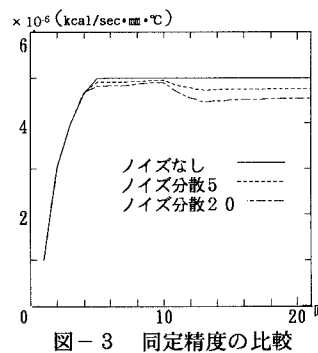
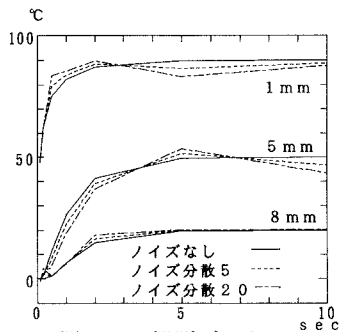
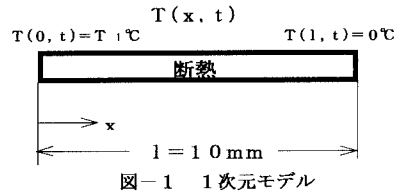
また図-1のような解析モデルに対する、1次元非定常温度解析の理論解は式(5)で示される。

$$T(x, t) = T(x, \infty) - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right) \exp(-n^2 \pi^2 F_0) \quad (5)$$

ここで定常解： $T(x, \infty) = (1 - \frac{x}{l})T_1$ ，Fourier数： $F_0 = \frac{k t}{\rho c l^2}$

観測値には、式(5)に基づくノイズがない場合の理論値と、理論値に分散5、20の観測ノイズを加えたものを採用し、その任意点（ $x = 1 \text{ mm}$ ， 5 mm ， 8 mm ）における温度の時間履歴を

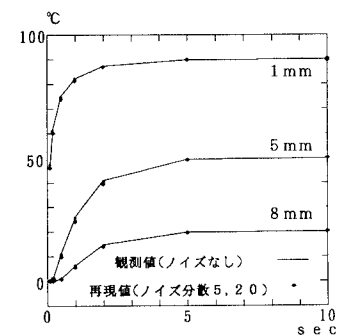
図-2に示す。図-2における $t \text{ (sec)} = 0.1 ; 0.2 ; 0.5 ; 1.0 ; 2.0 ; 5.0 ; 10.0$ を着目時間としてパラメータ同定を行う。ノイズが同定値に与える影響を図-3（熱伝導率 k の同定）および図-4（熱容量 ρc の同定）に示す。



同定値で計算された再現値（ノイズ分散5、20）と観測値（ノイズなし）の比較を図-5に示す。なお上述の熱定数と異なる場合（例えば熱伝導率 k ： $7.0 \times 10^{-6} \text{ kcal/sec. mm. }^\circ\text{C}$ ，熱容量 ρc ： $3.0 \times 10^{-7} \text{ kcal/mm}^3 \cdot ^\circ\text{C}$ ）の場合も図-5と同じように再現値（ノイズ分散5、20）と観測値（ノイズなし）は一致した。

5. 結論

同定値を用いて計算された温度時間履歴はノイズによらず同じような結果が得られ、観測値（ノイズなし）と一致した（図-5）。また同定値を求める際に与えなければならない一方の熱定数の値に関係なく、観測データ（ノイズなし）と同定値（ノイズ分散5、20）を用いた時間温度履歴は一致する。このことにより、本手法を用いることで観測ノイズの除去が可能となる。



参考文献 1) 須藤敦史・星谷 勝：拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案；土木学会論文集，No. 437，pp. 203-211，1991 2) 須藤敦史・星谷 勝：EK-WLI-FEMによるパラメータ同定；土木学会北海道支部年次技術研究発表会論文報告集第49号，pp. 289-293，1993