

## 荷重作用下でのクラックの補修による残留応力

名古屋工業大学 学生員 山田 正俊 J R 東海 正員 三輪 昌弘  
名古屋工業大学 正員 長谷部 宣男 ヒメノコンサルタント 正員 中村 卓次

1. まえがき

荷重作用下で補修、補強などを行った後、荷重が変化すると、残留変形、残留応力が生じる。半無限板に縁クラックを有する薄板をモデルに、荷重の作用している状態で、クラックを溶接等により剛に補強した後、荷重が除荷された場合の残留応力、それによる応力拡大係数等を求める。

2. クラック先端での応力拡大係数

図-1(a)(b)(c)のように、無限遠方で一様曲げモーメント  $M_0$  を受けている薄板を考える。

図-1(a)(b)は線状剛体介在物を、(c)はクラックを有する。剛体またはクラックの長さを  $a$ 、剛体やクラックのなす角を  $\beta \pi$  とする。

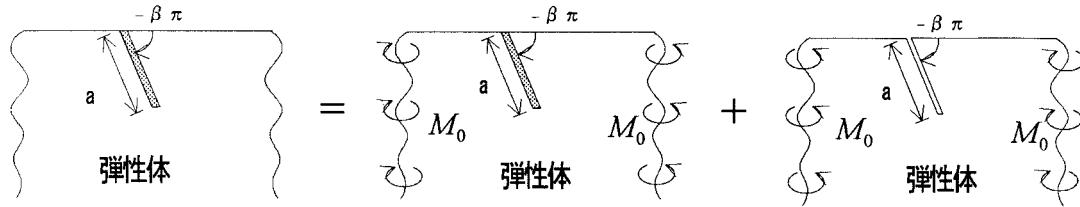


図-1(a)

図-1(b)

図-1(c)

図-1の  $Z$ -平面(物理面)を、写像関数  $z = \omega(\zeta)$  によって、 $\zeta$ -平面の単位円内に写像する。このとき  $\zeta$ -平面での複素応力関数を  $\phi(\zeta)$ 、 $\psi(\zeta)$  とする。ここで、 $\psi(\zeta)$  は解析接続により  $\phi(\zeta)$  によって表される。図-1(c)において、クラック先端での応力拡大係数は次式で表される [1]。

$$k_B - ik_s = -2D(1+v)\exp\left(-\frac{i\delta}{2}\right) \frac{\phi'(\zeta_0)}{\sqrt{\omega''(\zeta_0)}} \quad (1)$$

また、図-1(b)のように、クラック部分が剛に変位拘束されたときの応力拡大係数を  $K_{Br}$ 、 $K_{Sr}$  とすると、次式で表される [2]

$$K_{Br} - iK_{Sr} = -2D(1+v)\exp\left(-\frac{i\delta}{2}\right) \frac{\phi'(\zeta_0)}{\sqrt{\omega''(\zeta_0)}} \quad (2)$$

$D$  は曲げ剛さ、 $v$  はポアソン比。 $\delta$  は剛体やクラックの方向と X 軸とのなす角であり、 $\delta = -\beta \pi$  である。また、 $\zeta_0$  は剛体やクラック先端を  $\zeta$ -平面に写像したときの点を表す。

図-1(a)は、クラックを溶接などにより補強し、除荷されたときの残留応力が発生した状態で、これは図-1(b)と(c)の重ね合わせとして求められる。よって、図-1(a)の剛体先端近傍の応力は図-1(b)と(c)の応力の和で、次式で表せる。

$$M_x = \frac{K_{Br}}{\sqrt{2r}} - \frac{v-1}{1+v} \frac{k_B}{\sqrt{2r}} = \frac{1}{\sqrt{2r}} \left( K_{Br} + \frac{1-v}{1+v} k_B \right) \quad (3-a)$$

$$M_y = \frac{K_{Br}}{\sqrt{2r}} - \frac{3+v}{1+v} \frac{k_B}{\sqrt{2r}} = \frac{1}{\sqrt{2r}} \left( K_{Br} - \frac{3+v}{1+v} k_B \right) \quad (3-b)$$

$$M_{xy} = \frac{v-1}{1+v} \frac{K_{Sr}}{\sqrt{2r}} - \frac{k_s}{\sqrt{2r}} = \frac{1}{\sqrt{2r}} \left( \frac{v-1}{1+v} K_{Sr} - k_s \right) \quad (3-c)$$

### 3. 解析および結果

図-1(c)のクラック先端での応力拡大係数を次式で無次元化し、図-2にこれを示す。

$$F_B = \frac{v+3}{v+1} \frac{k_B}{M_0 \sqrt{a}}, \quad F_S = \frac{v+3}{v+1} \frac{k_S}{M_0 \sqrt{a}} \quad (4)$$

ここでは、クラック長さ  $a$  を一定としている。

曲げモード  $F_B$  は90度のとき最も大きく、ねじりモード  $F_S$  は45度のとき最大で、90度のときは対称性により0となっている。また、図-1(b)の場合の応力拡大係数を次式で無次元化し、図-3にこれを示す。

$$F_{Br} = \frac{v+3}{v+1} \frac{K_{Br}}{M_0 \sqrt{a}}, \quad F_{Sr} = \frac{v+3}{v+1} \frac{K_{Sr}}{M_0 \sqrt{a}} \quad (5)$$

$F_{Br}$  はクラックと異なり、15度で最大となっている。 $F_{Sr}$  は45度で最も大きくなり、90度では0となっている。

また、図-1(a)の残留応力の応力拡大係数を次式で無次元化し、これを図-4に示す。

$$F_x = \frac{1}{M_0 \sqrt{a}} \frac{v+3}{v+1} \left( K_{Br} + \frac{1-v}{1+v} k_B \right) \quad (6-a)$$

$$F_y = \frac{1}{M_0 \sqrt{a}} \frac{v+3}{v+1} \left( K_{Br} - \frac{3+v}{1+v} k_B \right) \quad (6-b)$$

$$F_{xy} = \frac{1}{M_0 \sqrt{a}} \frac{v-1}{v+1} \left( \frac{1-v}{1+v} K_{Sr} - k_S \right) \quad (6-c)$$

$F_x$  より  $F_y$  は10~20度付近で最大となり、 $\beta\pi$  の増加に伴い減少している。また、 $F_{xy}$  は  $\beta\pi$  の増加とともに増えているが、90度に近づくと0になっている。

### 4.まとめ

クラックまたは線状剛体介在物を有する薄板の曲げ問題について、応力拡大係数を求めた。クラックの場合、式(4)の  $F_B$ 、 $F_S$  はポアソン比はほとんど関係なく、剛体を有する場合は、ポアソン比の増加に伴い  $F_{Br}$ 、 $F_{Sr}$  も大きくなっているのがわかる。

クラックを溶接等により剛に補修し、除荷したとき生ずる残留応力を考えた。これにより、クラック方向と、溶接等による残留応力の応力拡大係数により、剛体先端部でのクラックの発生の可能性がわかる。

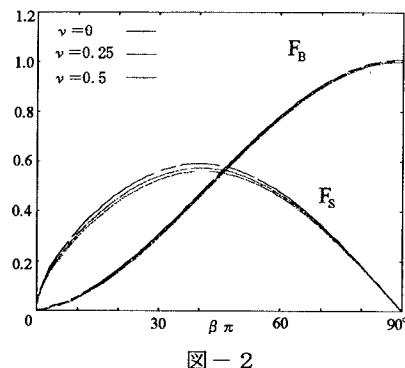


図-2

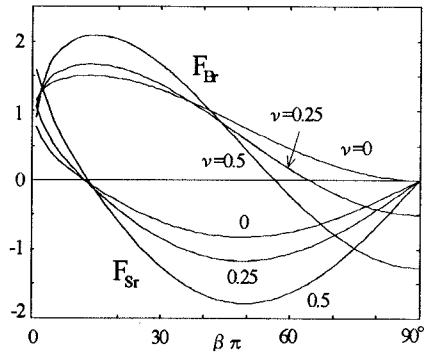


図-3

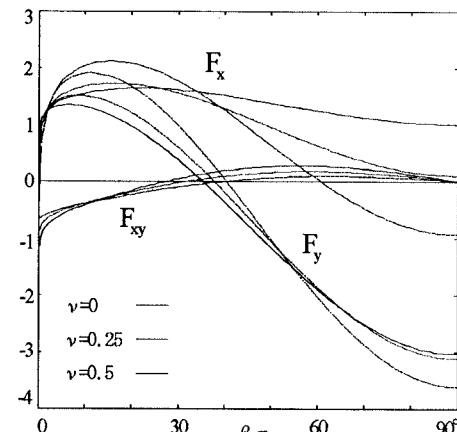


図-4

[参考文献] [1] N. Hasebe and S. Inohara, Stress Analysis of a Semi-Infinite Plate with an Oblique Edge Crack (Ingenieur-Archiv 49, 1980)

[2] 富田彰範、名工大修士論文(1989)