

I-249

修正インボータンス・サンプリングによる離散変数の最適化

(株)地崎工業 正会員 ○藤田 明寛

(株)地崎工業 正会員 須藤 敦史

武蔵工業大学 正会員 星谷 勝

1. はじめに

一般にシステムは、多くの要素より構成される複雑な構造を有しており、離散量もしくは連続量である。最適化理論は目的関数の最小化もしくは最大化を基礎として最適な要素を推定するものである。しかし、離散量の最適化は数多くの解候補集合の中から最良なものを選択する手法となり、組み合わせ問題となる。このような離散量を有するシステムの最適化問題において最適解を求めるアルゴリズムは、数え上げ法と発見的手法の二つの基本手法が上げられる。このうち数え上げ法は離散的最適化問題への適用例が多くL. Land, A. Doig¹⁾ は分岐限定法を提案しているが、離散量の数が多い場合には計算時間が多くなり、最適解を求めるのは難しい。また、確率的手法として生物体の進化現象を最適化理論に応用した遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm: GA)²⁾ とランダムサンプリングが挙げられる。ランダムサンプリングはモンテカルロ法³⁾を基本として、最適解を見つけ出す組み合わせ最適化手法であるため、広い範囲を探索する場合には計算時間を要する。またインボータンス・サンプリング⁴⁾は、事象の発生確率の高い領域においてサンプルを集中させることにより、少ないサンプル数で最適解を得ようとする手法である。そこで本研究では、インボータンスサンプリングを用いた離散量を有するシステムの最適化手法を提案し、同時にその適応性を数値解析を通して行った。

2. 提案手法と基礎解析

一般に最適化問題は目的関数を用いて次式のように表される。

$$\text{目的関数 } Z(\mathbf{y}) = [g_1(\mathbf{y}), g_2(\mathbf{y}), \dots, g_n(\mathbf{y})] \quad (1)$$

 $Z(\mathbf{y})$: 目的関数, $\mathbf{y}$: 変数ベクトル

 $\mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$, m : 要素個数,

 $g_n(\mathbf{y})$: システム要素, n : システム個数

$$Z(\mathbf{y}) \rightarrow \min \text{ or } \max \quad (2)$$

 $\mathbf{y} \in S$ ただし $S \subset \Omega$
 Ω : 基本空間, S : 許容領域集合

ここで最適化は、許容領域集合の変数ベクトルのうちで目的関数を最小または最大にする解または解候補を求める問題となる。そこで、問題を離散変数のみを有するシステムの最適化問題に限定すると、離散変数ベクトルは許容領域集合より抽出されるサンプルベクトルとなり、抽出されるサンプル数が十分に多ければ離散変数ベクトルの最適な解の組み合わせが発生する確率は多くなる。

離散量の*i*回目のサンプルベクトルを式(3)に、そのときの目的関数を式(4)に示す。

$$\mathbf{y}^i = \{y_1^i, y_2^i, \dots, y_m^i\} \quad (3)$$

$$Z(\mathbf{y}^i) = [g_1(\mathbf{y}^i), g_2(\mathbf{y}^i), \dots, g_n(\mathbf{y}^i)] \quad (4)$$

 i : サンプル個数

ここで最適化は、目的関数を最小にする解の組み合わせを探索する問題となる。

$$Z(\mathbf{y}^i) \rightarrow \min \quad (5)$$

しかしサンプル数が多くなれば、最適解の探索に多大な計算時間を要することになる。

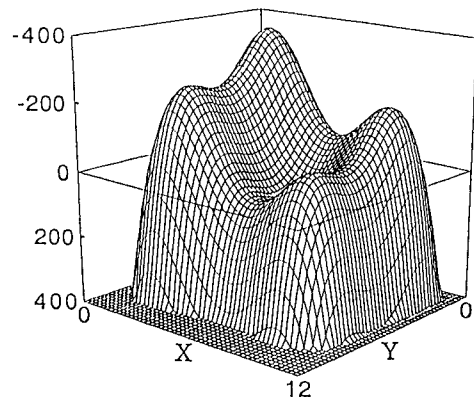


図-1 関数局面図

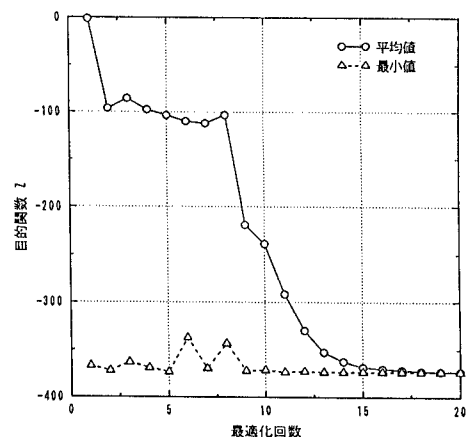


図-2 解析結果(1)

そこで、本研究ではモンテカルロ法を基本としたイボ-タンス・ツグ・リグ法を用いて解候補探索の効率化を図る手法を提案する。この手法は目的関数の大きさにより探索領域を最適解が存在すると想定される領域に順次縮小し、かつ抽出するツグ・リグの数も順次減少させて、最適な解候補を探索する効率的な逐次最適化手法である。

提案手法の適用性を局所解を有する簡単な関数を用いた最小値探索で検討する。

$$Z(X, Y) = 3/2 * \{ (X^4 - 24X^3 + 193X^2 - 570X + 400) + (Y^4 - 21Y^3 + 151Y^2 - 411Y + 280) \} \quad (6)$$

制約条件 $0.0 < X < 12.0, 0.0 < Y < 12.0$

関数 $Z(X, Y)$ が最少となる (X, Y) の組み合わせを探索する。ここで、 X, Y は連続な値であるが小数点以下2桁までの離散量とする。 $Z(X, Y)$ が表す曲面は図-1 により、4極小値を有する多峰性を示す関数である。

提案手法による最適解探索手順を示す。

- 1) 条件 $0.0 < X < 12.0, 0.0 < Y < 12.0$ において、解候補 (X, Y) をツグ・リグに抽出し解候補の関数値 $Z(X, Y)$ を求める。また各解候補を状態変数列と定義する。
- 2) 関数の平均値を算出する。次に関数値と平均値と比較し、平均値より小さい値を示す状態変数列が設定した問題の解候補となる。
- 3) 解候補の分布範囲に最適解が存在する確率が高いため、その分布を次ステップの探索領域とする。
- 4) 縮小された領域において手順1)～3)を繰り返す、さらに探索範囲の縮小を行い最適な解を求めて行く。ここで探索効率を高める目的で各ステップにおいて状態変数列の抽出個数を減少させる。また状態変数列はツグ・リグであるため、最適解が存在領域を排除する可能性を有する。そこで縮小前の領域で状態変数列の再抽出(数%～数十%)を行う。

提案手法における解候補の最小値と平均値を求めた結果を図-2に示す。なお状態変数列の数は100候補とし、最適化計算は20回で状態変数列の再抽出は行っていない。図-2より最小値は10回程度、平均値は15回程度の計算回数で収束し、計算15回目以降では、最小値と平均値は変わらない値を示すことより、探索領域が最適解近傍に限定されたことを示している。また本手法は多点探索を行うため、多峰性を示す関数においても最適解が求められる。

次に状態変数列の再抽出する効果を検討する目的で、解析1回～5回において $5.0 < X < 12.0, 5.0 < Y < 12.0$ の領域で解の探索を行い、6回目以降に $0.0 < X < 12.0, 0.0 < Y < 12.0$ で変数列の再抽出を行った結果を図-3に示す。状態変数列は前記と同様に100候補とし、最適化の計算回数は40回、再抽出個数は状態変数列数の10%としている。

図-3より計算5回までは条件 $5.0 < X < 12.0, 5.0 < Y < 12.0$ における最小値を求めており、平均値も最小値に近づいていくことから、探索領域を最小解近傍に縮小している。しかし計算6回目以降では、再抽出領域を $0.0 < X < 12.0, 0.0 < Y < 12.0$ に拡張したため、解候補の探索領域が最適解近傍に集中し、解候補の最小値は最適解を求めている。

以上の解析結果より、本手法は局所解が多数存在するような問題に対して適用が可能である。しかし最適解が極端に狭い領域の存在する場合は、存在領域を排除する危険性を有するが、本手法は状態変数列の再抽出を行うため局所最適化も回避できるツグ・リグ法を有している。

3. 結 論

本研究は、モンテカルロ法の一手法であるイボ-タンス・ツグ・リグ法を用いて離散量を有するシステムの最適化手法の提案を行った。そして、その適用性を数値解析を通して行った結果、本手法は離散量を有するシステムの最適化が可能である。

(参考文献)

- 1) Land, A. H., and A. G. Doig: An Automatic Method for Solving Discrete Programming Problems, *Econometrica*, 28, pp. 497-520, 1960.
- 2) Goldberg, D. E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- 3) Rubinstein, R. Y.: *Simulation and Monte Carlo Method*, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- 4) 星谷 勝・忽那幸浩: 重要ツグ・リグとカマツリクによる信頼性解析, 土木学会論文集, No. 437/I-17, pp. 183-192, 1991.

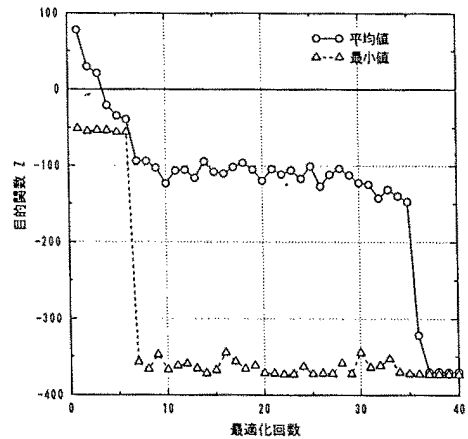


図-3 解析結果(2)