

変位指定下のトラス構造物の形状逆解析

(株)大東設計コンサルタント 正会員 ○榎本 覚雄

東洋大学 正会員 新延 泰生
東洋大学 学生員 早川 恒

1. はじめに

筆者らは文献1)でトラス構造物の感度解析における感度変数を節点座標とした, 形状の感度係数および感度係数特性を導いた. 本研究では, この形状の感度係数および感度係数特性を構造形態の逆解析問題へ応用するものである. 形態解析は高度な非線形問題に属しており, 様々な手法が試みられているが^{2),3)}, ここでは最小自乗法に基づく手法を考えている.

2. 形状感度解析

部材数 m のトラス構造の形状感度係数は次式で与えられる¹⁾.

$$\frac{\partial z_k}{\partial X_a} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial z_k}{\partial a_i} \frac{\partial a_i}{\partial X_a} + \frac{\partial z_k}{\partial b_i} \frac{\partial b_i}{\partial X_a} + \frac{\partial z_k}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial X_a} \right) \quad (1)$$

また, 形状感度係数特性は次式のように導かれる¹⁾.

$$\sum_{k=1}^{2NN} \frac{\partial z_k}{\partial X_a} \frac{X_a}{z_k} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial z_k}{\partial x_i} x_i + \frac{\partial z_k}{\partial y_i} y_i + \frac{\partial z_k}{\partial x_i} x_i + \frac{\partial z_k}{\partial y_i} y_i \right) \frac{1}{z_k} \\ = z_k \frac{1}{z_k} = 1, \quad 2NN: \text{Number of node} \quad (2)$$

3. 形状感度係数の応用

形状感度係数の応用例として, トラス構造の節点変位を指定値(既知量)として, その変位を生じうる未知の節点座標を決定する逆解析問題を考える. これは「与えられた荷重条件のもとで, 指定した変位あるいは変位モードが得られる形態決定問題」³⁾となる.

感度係数特性より k 番目の変位 z_k は次式で表される.

$$z_k = \sum_{a=1}^{2NN} \frac{\partial z_k}{\partial X_a} X_a \quad (3)$$

通常の構造設計において, 支点など予め決定された節点座標が条件として与えられることを考慮するため, 変化させる節点座標 X_a と, 変化させずに固定しておきたい節点座標 X_b とに分けて式(3)を変形すれば

$$z_k = \sum_{a=1}^{S_1} \frac{\partial z_k}{\partial X_a} X_a + \sum_{b=1}^{S_2} \frac{\partial z_k}{\partial X_b} X_b, \quad S_1 + S_2 = 2NN \quad (4)$$

となる. 次に最小自乗法に基づき, 未知の節点座標 X_a を求めるための連立方程式を作る.

$$Q = \frac{1}{2} (\bar{z}_k - z_k)^2 \quad (5)$$

ここで, $\bar{z}_k$ は指定変位である. 式(5)に式(4)を代入する.

$$Q = \frac{1}{2} \sum_k \left\{ \bar{z}_k - \left(\sum_a \frac{\partial z_k}{\partial X_a} X_a + \sum_b \frac{\partial z_k}{\partial X_b} X_b \right) \right\}^2 \quad (6)$$

式(6)を最小にするには $\partial Q / \partial X_a = 0$ とすれば良い. 式(6)の両辺を X_a で偏微分し未知の節点座標 X_a について整理すれば, 未知数を推定する連立方程式が得られる.

$$\left[\left[\frac{\partial z_k}{\partial X_a} \right] \left[\frac{\partial z_k}{\partial X_b} \right]^T \right] \{ X_a \} = \left\{ \bar{z}_k - \sum_b \frac{\partial z_k}{\partial X_b} X_b \right\} \left[\frac{\partial z_k}{\partial X_a} \right]^T \quad (7)$$

ただし, S_1 以上の指定変位数を与える必要がある.

初期値 $X_{0,a}$ を仮定して, 式(7)から得られる X_a と等しくなるまで解析を繰返す. ここで, 次の計算ステップに用いる X_a は前ステップで得られた値とする. なお, 後述の解析例では収束条件として次式を考えている.

$$\left| \frac{X_a^{i+1} - X_a^i}{X_a^i} \right| \leq 0.001 \quad (8)$$

4. 解析例

1) 2部材トラス

Fig.1に示す2部材トラスを考え, 節点2の水平および鉛直変位をそれぞれ $u_2=0.0952\text{cm}$, $v_2=-0.0952\text{cm}$ とし指定し, 指定変位を生じうる節点2の座標 x_2, y_2 を逆解析する. ここでは, 初期値と収束値の関係を見るため, 初期値として $-100 \leq x_{02} \leq 300$, $1 \leq y_{02} \leq 200$ を考える. Fig.2に各収束値に対する初期値をプロットしたものを示す. 設定した初期値に対して4つの解が存在することが分るが, 初期値と収束値との間に明確な相関は見られない.

2) 13部材トラス

Fig.3に示す13部材トラスを考え, 上弦節点に等しい鉛直荷重を作用させ, 節点2,4,7の鉛直変位が等しいというホモロガス変形 ($v_2=v_4=v_7=-9.524\text{E-4 cm}$) を制約条件²⁾とした構造形態を逆解析する. 構造および荷重条件の対称性から, 全ての節点の x 方向座標値および節点1,2,4,7,8の y 方向座標値は固定とし, 節点3,5,6の y 方向座標値を決定する問題を考える. このモデルで未知

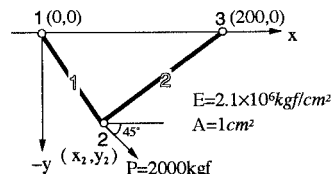


Fig.1 2部材トラス

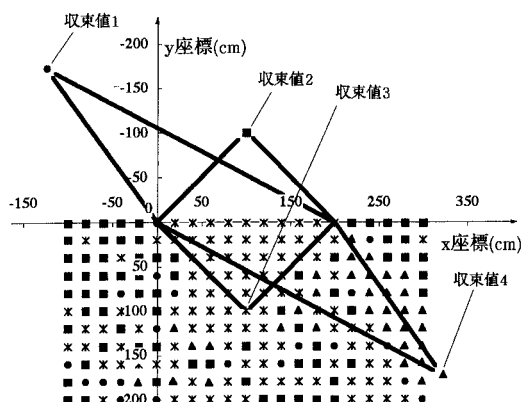


Fig.2 各収束値に対する初期値

数を $y_3 = y_6$, y_5 とした2変数問題を考えると, 解は無数に存在するため³⁾, 本手法においては式(7)の左辺マトリクスが特異となり, 解を特定することができない. そこで, y_5 に任意の値を固定値として設定し, 残りの $y_3 = y_6$ を未知数とする1変数問題として扱う必要がある. 座標値を共有させるには次式によって感度係数をグループ化し新たな未知数 X'_k によって解析を行う.

$$\frac{\partial z_k}{\partial X'_k} = \sum_i \frac{\partial z_k}{\partial X_i} \quad (9)$$

解析例としては, $y_5 = -120\text{cm}$ (固定), 初期値として $y_{03} = y_{06} = -150\text{cm}$, -100cm , -85cm , -20cm とした場合の収束値および収束過程をFig.4に示す. これらの初期値では2つの収束値が得られる. また, y_5 をそれぞれ -120 , -80 , 20cm と設定して, $y_3 = y_6$ の変動に対する節点4の鉛直変位 v_4 をプロットしたものをFig.5,6に示す. Fig.5からこのモデルは $y_3 = y_6 > 20\text{cm}$ において非常に高い非線形性を有していることが分る. Fig.6はFig.5の一部を拡大して表示したものであるが, Fig.4で示した収束解近傍の状況が分る.

5. おわりに

本研究ではトラス構造を例にとり, 形状感度解析を利用した構造形態の逆解析問題への応用を試みた. 本文で述べている手法を用いることにより, ホモログス変形を制約条件とした構造形態の幾つかの解が得られることが確認できた. 現段階において本手法には, 解の探索方向の改善や応力制約条件の付加といった未解決の部分もあり今後の課題としたい.

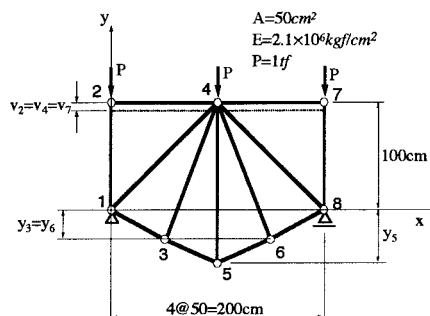


Fig.3 13部材トラス

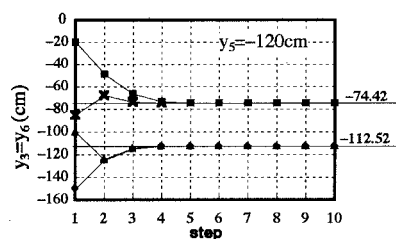
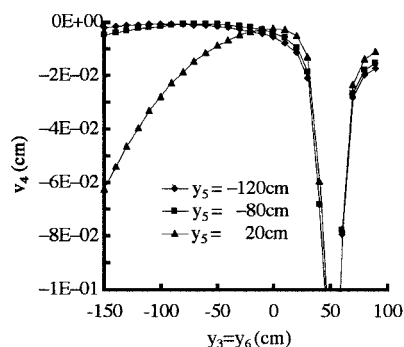
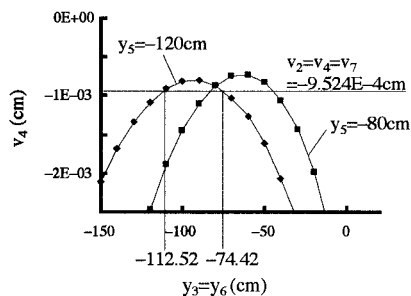


Fig.4 収束値と収束過程


Fig.5 $y_3 = y_6$ と v_4 の関係

Fig.6 $y_3 = y_6$ と v_4 の関係 (収束解近傍)

参考文献

- 1) 早川・新延・榎本: トラス構造物の形状感度解析, 土木学会年次学術講演会概要集, 1995.
- 2) 半谷・関: ホモログス変形を制約条件とする立体トラス構造の形態解析, 日本建築学会構造系論文報告集, No.405, 1989.
- 3) 半谷・原田: 変位モード指定の構造形態解析法, 日本建築学会構造系論文報告集, No.453, 1993.