

斜張橋の最適ケーブルプレストレス力設計における残差自乗和の設定

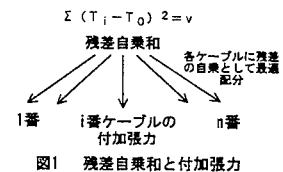
岐阜大学工学部 学生員 ○酒井 修平 滝上工業 正会員 高木 録朗
 岐阜大学工学部 正会員 中川 建治 松尾橋梁 正会員 中村 俊文

まえがき

本研究では、斜張橋のケーブルプレストレス力最適配分設計¹⁾において、拘束条件として設定するケーブル張力の全ケーブルの平均張力からの残差自乗和(張力残差自乗和と略称)の最適値を検討する。目的関数である部材(ケーブルを省く)の応力度自乗和を最小化させる場合の拘束条件(張力残差自乗和)の最適値を模索し、張力の残差が拘束条件として与える意義やケーブル径や張力との関連を調べる。さらに、このような条件下(最適ケーブル径、張力)における主桁の最適断面を求め、本設計法の収束を確認する。比較検討としてひずみエネルギー最小化法²⁾と比較し、本設計法の妥当性を確認する。

1. 最適な張力残差自乗和の意義

まず、あらかじめ設定した張力残差自乗和のもとで主桁の応力度自乗和を最小とするケーブル付加張力を求める(図1)。この残差の値は設計者の経験により決定され、最適値でない場合でも本設計ではこの条件で最適化された張力が設計される。もし過大な残差を設定すると付加張力が大きくなり、桁応力を減少させることにはなるが、張力が大きくなりケーブル径の修正を余儀なくさせる設計となる。このように、最適な残差の設定は最適ケーブル径と付加張力の設計には重要な意義を持つものと考えられる。



2. 残差自乗和と最小化された応力度自乗和

目的関数である応力度自乗和の最小値は残差自乗和に制限されている。図2に示す計算例は、残差自乗和 v を変化させて最適化された桁のモーメント分布図・軸力分布図を示したものである。残差自乗和が小さな値でもある程度断面力の改善が見られるが、増加させるとある値をピークに過度な残差による負の曲げモーメントの発生や応力度自乗和の最小値の増加の傾向を示す場合が生じる。

3. ケーブル径と最適な残差自乗和の設定

残差自乗和 v と、ケーブル径と応力度自乗和の関係を図3に示す。ケーブル径の違いによる最適な残差自乗和を求めると、ケーブル径が小から大になると最適な残差自乗和は大から小になる。また、ケーブル径に関係なく応力度自乗和の最小値はいずれも一定値を採り、それに伴う最適ケーブル張力(初期張力+付加張力)の値も一定値を採る(図4)。また、径が小さい場合付加張力が大きく、径が大きい場合は付加張力は小さい値となり、それに伴う最適な残差自乗和も小さな値を得る。応力度自乗和は桁応力度を対象としているので、ケーブル径の大きい場合はその剛性からケーブル張力が大きく、逆に桁部材力が小さくなる。ケーブル径が小さい場合にはその逆になる。しかし、残差という形でケーブルの最適な付加張力を配分させた場合には、ケーブル径を問わず最適ケーブル張力は一定値を採ることが、解析から明らかになった。

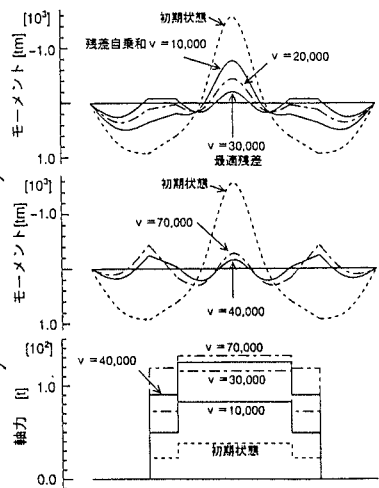
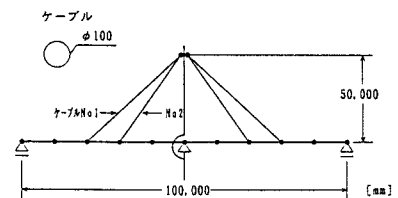


図2 各残差自乗和におけるモーメント分布図と軸力分布図

4. 最適なケーブル径と付加張力の設計

前述の結果より、桁・ケーブル位置・荷重条件が決定されると、最適な残差を持つような最適付加張力と初期張力の合計値が設計できるので、それが許容張力以下になるように最適なケーブル径を設計することが可能となる(表1)。また、最適付加張力はケーブル径を決定した後、初期張力を解析により算出し、最適ケーブル張力との差より求められ、それに伴う最適な残差自乗和も求められる(表2)。

ケーブル No.	最小断面積 A (mm ²)	ケーブル径 φ (mm)	最適張力 N _{opt} (t)
1	3.670 × 10 ³	68.36	146.8
2	2.865 × 10 ³	60.40	114.6

※ケーブル許容応力度 $\sigma_{ca} = 40 \text{ kg/mm}^2$

ケーブル No.	初期張力 N ₀ (t)	最適付加張力 T _{opt} (t)
1	25.8	121.0
2	24.7	89.9

※ケーブルNo. 1, 2とも最小ケーブル径以上のφ70をケーブルの径の設計値とした。

表2 最適付加張力の設計

表1 最小ケーブル径

5. 主桁の最小必要断面の算出

最適ケーブル張力が決定されて同時に主桁応力度自乗和最小な主桁断面へと最適設計の結果が収束するならば、最適設計としての意義は大きい。応力度自乗和を最小化することは応力度の平均化を意味しているので、張力決定には、応力度自乗和最小化の理論を活用し、主桁の断面は次の仮定条件のもとに許容応力度法で決定した。この場合の解析は3回程度の繰り返しで収束した。

- ①断面積と断面2次モーメントが近似的に比例 ($I = \gamma^2 A$)
- ②初期断面と最適断面とも断面の縦距は同一
- ③許容応力度の条件を各断面とも一定 ($\sigma_{ca} = 1,400 \text{ kg/cm}^2$)
- ④断面算定式

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{I} y \quad \text{より} \quad A_0 = \frac{1}{\gamma^2 \sigma_{ca}} (\gamma^2 N \pm My)$$

図5は上述の理論での収束結果である。最適なケーブル張力の配分によりスレンダーな断面を設計できることが判明した。

6. 応力度自乗和最小法とひずみエネルギー最小法との比較

応力度自乗和最小化に対応して、一般的に汎用されているひずみエネルギー最小法²⁾による最適プレストレス力設計法と比較した。各部材のひずみエネルギーは近似的に次のように表される。

$$U_{ij} = \frac{1}{2EI} \frac{L}{2} \{ M_{ij}^2 + M_{ji}^2 \} + \frac{1}{2EA} \frac{L}{2} \{ N_{ij}^2 + N_{ji}^2 \}$$

計算手法は上式を全体剛性行列を用いて全ひずみエネルギーを算出し、未定係数法により最小化することになる。この比較例では桁構造で等間隔に格点を設定して解析しているので、解析結果(図6)はほぼ同等の結果が得られ、応力度自乗和最小法の有効性が示されたものである。

おわりに

今回、説明の便のため、簡単な構造モデルによる解析結果を提示した。ケーブル数・径間長を増やした実橋モデルの設計により同時確認した。今後の課題として一般的な3径間の斜張橋への適応を検討している。文献 1)高木録郎:応力度自乗和最小化設計法を用いた最適プレストレス力の設計の一評価 第44回応力学

講演会講演概要集 第7年1月

2)山田善一:構造工学シリーズ! 構造システムの最適化—理論と応用— 土木学会 pp. 185~190 昭和63年

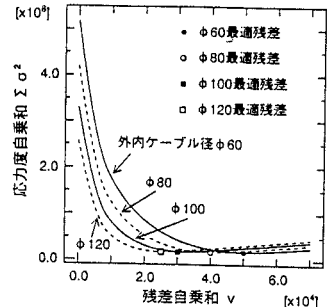


図3 各ケーブル径における応力度自乗和と残差自乗和の関係

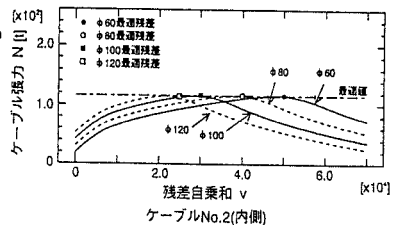
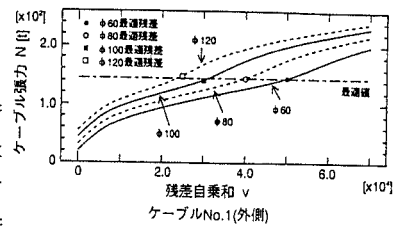


図4 各ケーブル径のケーブル張力と残差自乗和の関係



図5 主桁の最小必要断面積

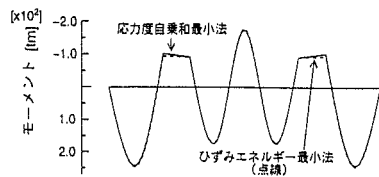


図6 応力度自乗和最小法とひずみエネルギー最小法との比較(モーメント分布図)