

I-242

材料非線形トラス構造物の感度係数を用いない最適設計法の効率性に関する検討

宇部興産（株） 正 和多田康男 愛媛大学工学部 正 大久保禎二
（株）長 大 正 田中 賢太 愛媛大学大学院 学 上野 浩司

1. ま え が き

著者らはこれまでに、最小コンプリメンタリーエネルギーの原理に基づき導入したトラス構造物の線形・非線形挙動状態における解析上満足すべき必要条件を、設計上考慮すべき挙動に関する制約条件と同時に考慮するとともに、原最適設計変数である部材断面積のみならず、部材の応力度や可動節点変位などの構造物の挙動をも独立した変数として考慮してトラス構造物の最適化問題を定式化し、これをSLP法により解く方法について発表しているが¹⁾、本研究では、この最適設計法を勾配射影法、SLP法の最適化手法を用いて解いた場合、及び原最適設計問題の設計変数と制約条件式群のみを考慮し、通常の最適設計問題の解法に用いられる挙動の感度係数を用いて勾配射影法及びSLP法により最適化を行った場合について比較検討を行い、各最適化手法の効率性について検討を行った結果について述べるものである。

2. エネルギー原理に基づく感度係数を用いない最適設計問題の定式化および最適化手法

最小コンプリメンタリーエネルギーの原理に基づくトラス構造物の線形・非線形解析法において導入した解が満足すべき必要条件、すなわち適合条件式 g_i 及び釣合方程式 g_j をも制約条件として考慮し、各部材の断面積 A に加えて、構造物の挙動、すなわち各部材の実応力度 σ 及び実可動節点変位 λ をも独立変数として取り扱うことにより、トラス構造物の全重量または全製作費 W を最小化する最適設計問題を次のように定式化することができる¹⁾。

$$\begin{aligned} \text{find} \quad & A, \sigma, \lambda, \quad \text{which minimize} \quad W(A) = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i l_i \\ \text{subject to} \quad & g_i(\sigma, \lambda) = e_i(\sigma_i) l_i + \sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ji} = 0 \quad (i=1, \dots, n), \quad g_j(A, \sigma) = \sum_{i=1}^n C_{ji} \sigma_i A_i - P_j = 0 \quad (j=1, \dots, m) \quad (1) \\ & g_{\sigma i}(\sigma) = \sigma_i - \sigma_{ai} \leq 0 \quad (i=1, \dots, n), \quad g_{\lambda k}(\lambda) = \lambda_k - \lambda_{ak} \leq 0 \quad (k=1, \dots, m) \end{aligned}$$

ここに A_i , ρ_i , l_i はそれぞれ部材 i の断面積、単位体積重量（製作費）及び部材長、 C_{ji} は部材 i の軸力の可動節点変位成分 j への変換マトリックス成分、 P_j は可動節点変位成分 j に作用する外力、 $g_{\sigma i}$, $g_{\lambda k}$ はそれぞれ部材 i の応力度及び可動節点変位成分 k の変位に関する制約条件、 e_i , σ_i , σ_{ai} はそれぞれ部材 i の実ひずみ、実応力度及び許容応力度、 λ_k , λ_{ak} はそれぞれ可動節点変位成分 k の実変位及び許容変位、 n , m はそれぞれ構造物の部材数及び自由度である。

式（1）の目的関数及び各制約条件を各式の（ ）内の変数に関する一次の偏微分係数を用いて線形近似し、 ΔA , $\Delta \sigma$, $\Delta \lambda$ に関する線形な最適化問題を導入し、これを勾配射影法（GPM）及びSLP法（SLP）により最適解を求める。ここでは、 $g_{\sigma i}$ は σ のみの関数、 $g_{\lambda k}$ は λ のみの関数としているので、挙動 σ 及び λ の A に関する感度係数は計算する必要はない。

3. 感度係数を用いる最適設計問題の定式化および最適化手法

この最適設計問題の定式化は、つぎの原最適設計問題

$$\begin{aligned} \text{find} \quad & A, \quad \text{which minimize} \quad W(A) = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i l_i \quad (2) \\ \text{subject to} \quad & g_{\sigma i}(A) = \sigma_i(A) - \sigma_{ai} \leq 0 \quad (i=1, \dots, n), \quad g_{\lambda k}(A) = \lambda_k(A) - \lambda_{ak} \leq 0 \quad (k=1, \dots, m) \end{aligned}$$

を原設計変数 A に関する一次の偏微分係数を用いて線形近似し、 ΔA に関する線形な最適化問題を導入し、これを勾配射影法（GPM-S）及び（SLP-S）により最適解を求める。この最適設計問題では、 $g_{\sigma i}$, $g_{\lambda k}$ ともに A の関数として表わされるので、線形近似の最適設計問題を定式化するためには、 σ 及び λ の A に関する一次の偏微分係数 $\partial \sigma_i / \partial A_i$, $\partial \lambda_k / \partial A_j$ ($j=1, \dots, n$) を計算する必要がある。

4. 最適設計例および各最適化手法の比較検討

上で述べた4種類の最適設計アルゴリズム、すなわちGPM, SLP, GPM-S, SLP-Sにより、図-1に示すバ イリニアな応力度-ひずみ関係を有する材料を用い、図-2に示す16部材トラスを $\lambda_a = 5.0$ cm, $\sigma_a = 3000$ kgf/cm² の条件のもとで最適設計を行った結果を表-1に、各最適化手法における最適部材配置を図-3に示す。この最適設計問題

では、変位の制約条件のみがアクティブな制約条件となっている。また、圧縮部材及び引張部材の許容応力度を全て一定と
 していること、及び各最適化手法の特性により、得られた最適な部材配置は異なっており、GPMでは図-3の（a）、
 GPM-Sでは図-3の（b）、SLP及びSLP-Sでは図-3の（c）となっており、部材配置が異なるため図-3の
 （a）、（b）、（c）に示す各部材の断面積の分布は互いに異なったものとなっている。しかし、各最適化手法により得ら
 れた目的関数の値は2205～2214 kgfとほとんど同一の値となっており、いずれの解も全て全域的な最適解であると判断
 することができる。また、変位制限のみがアクティブな最適設計問題では、最適解において必要となる全ての部材の応力度、
 すなわちコンプリメンタリーエネルギー密度が応力度-ひずみ関係の非線形領域
 においてもほぼ同一の応力度となっていることは興味深いことである。つぎに、
 最適解を得るために必要とした計算時間についてみると、GPMにおける計算時
 間を1.0とした場合、GPM-S、SLP、SLP-Sによる計算時間はそれ
 ぞれ14.2、6.26、17.1となっており、GPMにより最適化を行う場合が最も効
 率的であることが明らかとなった。

5. 結 論

他の多くの不静定トラス構造物の非線形最適設計例においても、各最適化手法
 の効率性に関して上記の設計例と全く同様のことが認められ、本研究により、エ
 ネルギー原理に基づく挙動の感度係数を用いないトラス構造物の最適設計法は、
 挙動の感度係数を用いる最適設計法と比較して非常に効率的な最適設計法である
 こと、及びGPMとSLPによる最適化手法を比較した場合には、GPMの最適
 化手法により極めて効率的に最適解が得られることが明らかとなった。

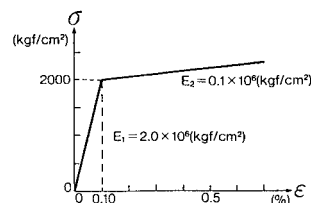


図-1 応力度-ひずみ関係

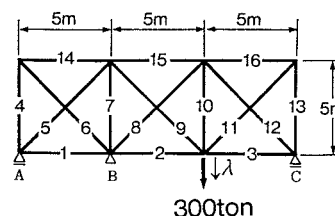
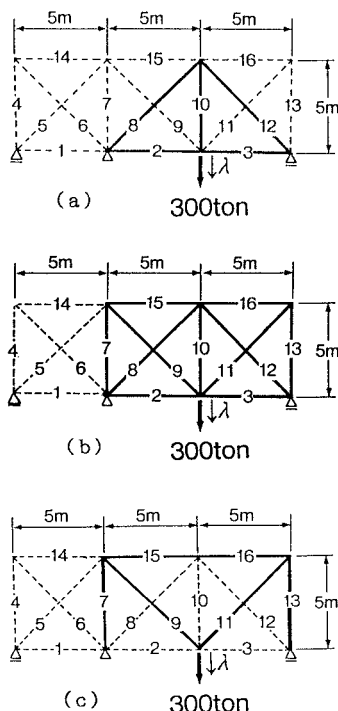


図-2 16部材2径間連続トラス



* 点線は不要部材を示す。

図-3 16部材2径間連続トラスの最適部材配置

表-1 GPM, GPM-S, SLP, SLP-Sによる16部材
2径間連続トラスの最適解の比較（初期断面積 $A_0 = 100.0 \text{ cm}^2$ ）

変位制限 $\lambda \text{ (cm)}$	5.0							
応力制限 $\sigma_a \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$	3000							
最適化手法	GPM ¹⁾		GPM-S ²⁾		SLP ³⁾		SLP-S ⁴⁾	
設計変数	A, σ , λ		A		A, σ , λ		A	
部材番号	断面積 (cm^2)	応力度 (kgf/cm^2)	断面積 (cm^2)	応力度 (kgf/cm^2)	断面積 (cm^2)	応力度 (kgf/cm^2)	断面積 (cm^2)	応力度 (kgf/cm^2)
1	1.0	—	1.0	—	1.0	—	1.0	—
2	70.8	2085	30.2	2140	1.0	—	1.0	—
3	69.0	2142	30.2	2152	1.0	—	1.0	—
4	1.0	—	1.0	—	1.0	—	1.0	—
5	1.0	—	1.0	—	1.0	—	1.0	—
6	1.0	—	1.0	—	1.0	—	1.0	—
7	1.0	—	40.0	2131	69.7	2147	70.3	2134
8	97.0	2172	44.1	2157	1.0	—	1.0	—
9	1.0	—	54.7	2174	99.2	2129	99.5	2125
10	137.5	2158	61.3	2158	1.0	—	1.0	—
11	1.0	—	54.7	2160	96.9	2160	96.7	2161
12	96.5	2156	43.0	2143	1.0	—	1.0	—
13	1.0	—	39.0	2140	68.3	2166	68.2	2169
14	1.0	—	1.0	—	1.0	—	1.0	—
15	1.0	—	38.2	2132	68.4	2163	68.7	2155
16	1.0	—	39.1	2137	68.9	2147	68.0	2173
最適部材配置	図-3の(a)		図-3の(b)		図-3の(c)		図-3の(c)	
W (kgf)	2214.3		2205.0		2214.5		2214.7	
λ_{max} (cm)	5.0		5.0		5.0		5.0	
CPU TIME ⁵⁾ (sec.)	1.9		27.0		11.9		32.4	
ITE ⁶⁾	23		38		79		137	

1) 勾配射影法による挙動変数の感度係数を用いない方法 2) 勾配射影法による挙動変数に関する制約
 条件の感度係数を用いた方法 3) 逐次線形計画法による挙動変数の感度係数を用いない方法 4) 逐次
 線形計画法による挙動変数に関する制約条件の感度係数を用いた方法 5) by DEC3000/3000
 6) 最適解を得るために要した繰り返し回数

【参考文献】1) 大久保 他, 土・学・論, No.507 / I-30, pp.77~87.