

I-241 挙動の感度係数を用いない非線形トラス構造物の最適設計法の汎用性に関する一検討

(株) 長 大 正 田中 賢太 愛媛大学工学部 正 大久保禎二
 宇部興産(株) 正 和多田康男 愛媛大学大学院 学 青野 将也

1. まえがき

著者らは、線形・非線形挙動状態にあるトラス構造物の最適設計問題に関して、最小コンプリメンタリーエネルギーの原理に基づき挙動の感度係数を用いない最適設計法を確立し提案している¹⁾。文献1)では最適化手法としてSLPアルゴリズムを用いているが、ここでは、最適化手法として勾配射影法を用い²⁾、上記の最適設計法により種々の線形および非線形の応力度-ひずみ関係を有する材料よりなるトラス構造物の最適設計を行い、提案している最適設計法の汎用性について検討を行った結果について述べるものである。

2. 挙動の感度係数を用いない最適設計法の概要¹⁾

最小コンプリメンタリーエネルギーの原理に基づく挙動の感度係数を用いない最適設計法では、トラス構造物の線形・非線形解析問題において解が満足すべき必要条件群、すなわち適合条件式群 $g_i = 0$ ($i = 1, \dots, n$)、および釣合方程式群 $g_j = 0$ ($j = 1, \dots, m$)を原設計問題における制約条件に加え、さらに、原最適設計問題の設計変数のみならず、構造物の各部材の応力度および可動節点変位などの挙動をも同時に独立変数として取り扱うことにより、トラス構造物の全重量または全製作費 W を最小化するものである。この最適設計問題を定式化すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{find } A, \sigma, \lambda, \text{ which minimize } W &= \sum_{i=1}^n \rho_i A_i \ell_i \\ \text{s.t. } g_i(\sigma, \lambda) &= \varepsilon_i(\sigma_i) \ell_i + \sum_{j=1}^m \lambda_j C_{ji} = 0 \quad (i = 1, \dots, n) \\ g_j(A, \sigma) &= \sum_{i=1}^n C_{ji} \sigma_i A_i - P_j = 0 \quad (j = 1, \dots, m) \\ g\sigma_i(\sigma) &= \sigma_i - \sigma_{ai} \leq 0 \quad (i = 1, \dots, n), \quad g\lambda_k(\lambda) = \lambda_k - \lambda_{ak} \leq 0 \quad (k = 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 A_i , ρ_i , ℓ_i はそれぞれ部材 i の断面積、単位体積重量(製作費)および部材長、 C_{ji} は部材 i の軸力の可動節点変位成分 j への変換マトリックス成分、 P_j は可動節点変位成分 j に作用する外力、 $g\sigma_i$, $g\lambda_k$ はそれぞれ部材 i の応力度および可動節点変位成分 k の変位に関する制約条件、 ε_i , σ_i , σ_{ai} はそれぞれ部材 i の実ひずみ、実応力度および許容応力度、 λ_k , λ_{ak} はそれぞれ可動節点変位成分 k の実変位および許容変位、 n , m はそれぞれ構造物の部材数および節点変位の自由度である。式(1)のように定式化された最適設計問題を A, σ, λ に関する一次の偏微分係数の項までを考慮することにより、次式のような線形近似最適設計問題を導入することができる。

$$\begin{aligned} \text{find } \Delta A, \Delta \sigma, \Delta \lambda, \text{ which minimize } W(\Delta A) &= W^0 + \sum_{i=1}^n \rho_i \Delta A_i \ell_i \\ \text{s.t. } g_i(\Delta \sigma, \Delta \lambda) &= g_i^0 + \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \sigma_i} \ell_i \Delta \sigma_i + \sum_{j=1}^m C_{ji} \Delta \lambda_j = 0 \quad (i = 1, \dots, n) \\ g_j(\Delta A, \Delta \sigma) &= g_j^0 + \sum_{i=1}^n C_{ji} \sigma_i^0 \Delta A_i + \sum_{i=1}^n C_{ji} \Delta \sigma_i A_i^0 = 0 \quad (j = 1, \dots, m) \\ g\sigma_i(\Delta \sigma) &= g\sigma_i^0 + \Delta \sigma_i \leq 0 \quad (i = 1, \dots, n), \quad g\lambda_k(\Delta \lambda) = g\lambda_k^0 + \Delta \lambda_k \leq 0 \quad (k = 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (2)$$

本研究では、式(2)の近似最適設計問題の解を勾配射影法(GPM)を用いて決定している。

3. 勾配射影法による最適化アルゴリズム

勾配射影法(GPM)による最適化アルゴリズムは、式(2)のように導入した線形近似最適設計問題において、まずLPのアルゴリズムを用いて独立変数 $\Delta A, \Delta \sigma, \Delta \lambda$ の初期許容解 $(\Delta A_0, \Delta \sigma_0, \Delta \lambda_0)$ を決定する。つづいて、独立変数の改良方向 d は、目的関数の最急減少勾配 $-\nabla W$ を初期許容解におけるアクティブな制約条件群で構成される平面上に次式により射影することにより決定する。

$$d = -P_r \cdot \nabla W \quad (3) \quad P_r = I - A_q^T (A_q \cdot A_q^T)^{-1} A_q \quad (4)$$

ここに、 $-\nabla W = (-\rho_1 \ell_1, \dots, -\rho_n \ell_n)$ 、 P_r , I , A_q はそれぞれ射影行列、単位行列およびアクティブな制約条件群の係数行列である。また、改良方向 d に沿った $\Delta A, \Delta \sigma, \Delta \lambda$ の改良幅 α は、アクティブでない制約条件式までの距離の最小値として次式により決定する。

$$\alpha = \min. \{ (a^i X - b^i) / a^i d \mid a^i d > 0 \} \quad (5)$$

ここに、 a^i 、 b^i はそれぞれ i 番目のアクティブでない制約条件式の係数ベクトルおよび定数項、 X は設計変数ベクトルである。したがって、独立変数 A 、 σ 、 λ の改良値 ΔA 、 $\Delta \sigma$ 、 $\Delta \lambda$ は次式で与えられる。

$$(\Delta A, \Delta \sigma, \Delta \lambda)^T = (\Delta A_0, \Delta \sigma_0, \Delta \lambda_0)^T + \alpha d \quad (6)$$

このようにして決定された設計変数 A の改良値 ΔA を用いてトラス構造物の各部材の断面積を改良し、この改良解を新たな断面積の初期値として再び式(2)の線形近似最適設計問題を定式化し、 W および A が一定値に収束するまで断面積 A の改良を繰り返すことにより、最適解 W_{opt} および A_{opt} を決定することができる。

4. 最適設計例

2.3. で述べた方法により、図-1(a)~(d)に示す4種類の線形および非線形な応力度-ひずみ関係を有する材料からなる図-2に示す21部材単径間トラスの最適設計を行った結果を表-1に、最適部材配置を図-3に示す。表-1より明らかのように、線形材料(a)の場合、応力制約のみが支配的な制約条件となるのに対し、材料(b)~(d)の場合には変位の制約条件が支配的な制約条件となり、最適解において必要となる全ての部材の応力度はそれぞれ 2140 kgf/cm^2 、 2000 kgf/cm^2 、 1430 kgf/cm^2 程度と、 σ_a に対して余裕のある断面となっている。このように使用材料の応力度-ひずみ関係の違いにより、アクティブな制約条件や断面積の値は異なるが、いずれの材料に対しても本研究で提案している最適設計法により確実に最適解が得られている。また最適解を得るために要した計算時間および繰り返し回数はそれぞれ1.5~2.3秒、15~20回と材料の種類による差異はほとんどなく、いずれの線形・非線形材料に対しても着実かつ安定した収束性を示し、極めて能率的に最適解を決定している。

5. 結論

本研究により、エネルギー原理に基づく感度係数を用いないトラス構造物の最適設計法は、いかなる線形および非線形の応力度-ひずみ関係を有する材料に対しても統一的に適用することができ、極めて汎用性を有するとともに、勾配射影法を最適化手法として利用することにより非常に能率的かつ確実に最適解を決定できることが明らかになった。

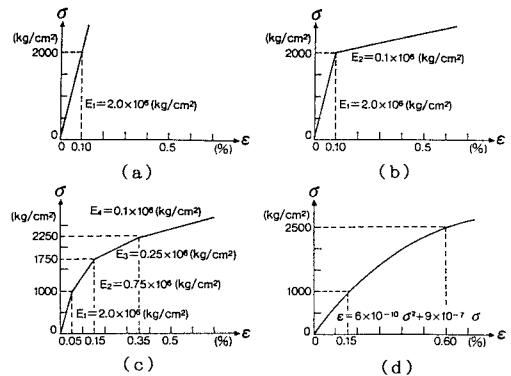


図-1 線形および非線形材料の応力度-ひずみ関係

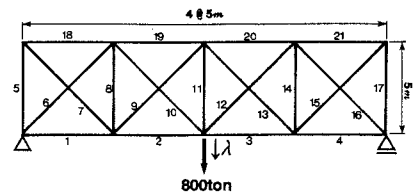


図-2 21部材単径間トラス

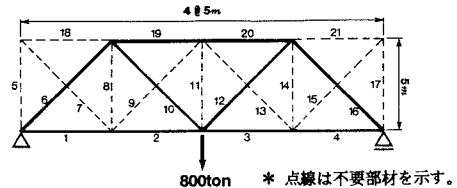


図-3 21部材単径間トラスの最適部材配置

表-1 応力度-ひずみ関係が異なる材料の場合の21部材単径間トラスの最適解（初期断面積は全ての部材で 100.0 cm^2 と仮定した）

材料	3000				10.0			
部材番号	断面積 (cm ²)	応力度 (kgf/cm ²)	断面積 (cm ²)	応力度 (kgf/cm ²)	断面積 (cm ²)	応力度 (kgf/cm ²)	断面積 (cm ²)	応力度 (kgf/cm ²)
1	132.6	3003	188.0	2119	201.3	1980	280.0	1425
2	133.7	3001	188.8	2125	201.8	1987	280.0	1431
3	133.7	3001	188.8	2125	201.8	1987	280.0	1431
4	132.6	3003	188.0	2119	201.3	1980	280.0	1425
6	187.7	3000	260.4	2164	280.5	2010	385.4	1464
10	187.9	3001	260.9	2162	280.3	2013	396.0	1428
12	187.9	3001	260.9	2162	280.3	2013	396.0	1428
16	187.7	3000	260.4	2164	280.5	2010	385.4	1464
19	266.1	3001	370.4	2157	398.1	2010	575.0	1390
20	266.1	3001	370.4	2157	398.1	2010	575.0	1390
W (kgf)	8399.6		11702.7		12564.8		17628.7	
λ_{max} (cm)	6.0		10.0		10.0		10.0	
CPU TIME ¹⁾ (sec.)	1.7		2.3		2.0		1.5	
ITER ²⁾	20		20		18		15	
初期値での状態	応力違反		応力・変位違反		応力・変位違反		応力・変位違反	
activeな制約条件	応力		変位		変位		変位	

1) b y DEC3000/300

2) 最適解を得るために要した繰り返し回数

〔参考文献〕1)大久保 他，土・学・論，No.507/I-30，pp.77~87. 2)和多田 他，第50回年講概要集