

非構造格子に基づく浅水長波流れの並列計算

中央大学大学院 学生員 ○斉藤克矢
中央大学 正会員 樫山和男

1. はじめに

海岸や河川の流れなどといった自然現象を対象とする数値計算では、対象とする領域も広く、また長時間にわたる計算が必要となる場合が多い。このため、膨大な計算時間、及び計算機容量を要する大規模計算となることが多い。本研究は、大規模計算を行うにあたり生じるこうした問題を克服するために、効率的な並列計算手法の構築を目指すものである。これまで、構造格子に基づく浅水長波流れの並列計算手法を提案し、その検討を行ってきた。^[1] 本報告では、非構造格子への拡張を行う。

2. 基礎方程式と離散化手法

基礎方程式には (1), (2) 式に示す浅水長波方程式を用いる。

$$U_i + U_j U_{i,j} + g \zeta_{,i} + \frac{C_b}{h + \zeta} U_i - A_l (U_{i,j} + U_{j,i})_{,j} = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\zeta} + \{(h + \zeta) U_i\}_{,i} = 0 \quad (2)$$

ここで、 U_i : 流速、 ζ : 水位変動量、 h : 水深、 g : 重力加速度、 A_l : 渦動粘性係数、 C_b : 底面摩擦係数を示す。基礎方程式 (1), (2) 式に対する空間方向の離散化には、ガラキン法に基づく重み付き残差法を用いる。なお要素としては三節点三角形一次要素を用いる。また、時間方向の離散化には2段階陽的解法を用いる。

3. 領域分割法

非構造格子に基づく並列計算を行うにあたり、解析メッシュを多数の領域に分割して領域毎にプロセッサを割り当てる。各領域では隣接する領域との境界データ交換を行いながら同時に計算が実行される。領域間の通信時間を少なくして効率的な並列計算を行うためには、各プロセッサにかかる負荷の均等化を行う必要がある。これには各領域で要素数、節点数がほぼ同数になるように、また領域境界節点数が最小になるようにして領域分割をする自動領域分割法^[2]を適用する。

4. 並列計算法

並列計算機としては、富士通高並列計算機 AP1000 を用いる。AP1000 はメッセージ通信を基本とした分散メモリ型の並列計算機である。図-1 に AP1000 のネットワーク構成を示す。AP1000 には、セルと呼ぶ最大 1024 台まで接続可能なプロセッシングエレメントと、ホストと呼ぶホストコンピュータ (S-4 ワークステーション) がある。各セルは、16MB のメモリーを有する。1024 台のセルを用いた場合のピーク演算速度は 8.53GFLOPS になる。なお、言語は、FORTRAN と C が使用可能である。セルでは、ホストあるいはセル間メッセージを送受信し、同期をとりながら並列実行を行う。ホストでは、全セルの実行環境設定、セルで実行されるタスクの生成、セルとのメッセージ送受信、セルの状態監視などの処理を行う。また、全セルは、任意セル間での 1 対 1 通信に用いられるトラスネットワーク (T-Net) で接続されている。ホストとセルは、ホストとセルを含めた 1 対多通信や、データの分配と収集に用いられるブロードキャストネットワーク (B-Net) と、ハードウェアでバリア同期を実現する同期ネットワーク (S-Net) で接続されている。通信や同期などの並列処理特有の機能は、ライブラリとして用意されているサブルーチン呼び出すことで実現することができる。^[3]

並列化を行うにあたり、いま有限要素方程式を以下のように示す。

$$(M_{\alpha\beta})(x_\beta) = (f_\beta)$$

ここに、 $(M_{\alpha\beta})$ 、 (x_β) 及び (f_β) は、それぞれ集中係数行列、未知ベクトル及び既知ベクトルである。今、図-2 においてセル 1、セル 2 間の境界節点 B では、まず各セルで節点 B における $(M_{\alpha\beta})$ 、 (f_β) を次式のように得る。

$$(\text{セル } 1) \quad (M_{\alpha\beta})_{B1} = \{(M_{\alpha\beta})_{(3)(4)}\}_B, \quad (f_\beta)_{B1} = \{(f_\beta)_{(3)(4)}\}_B$$

$$(\text{セル } 2) \quad (M_{\alpha\beta})_{B2} = \{(M_{\alpha\beta})_{(5)(6)}\}_B, \quad (f_\beta)_{B2} = \{(f_\beta)_{(5)(6)}\}_B$$

次に、セル間で境界節点データの送受信をした後、受信したデータの足し合わせを行い、次式のように節点 B における $(M_{\alpha\beta})_B$ 、 $(f_\beta)_B$ を得る。

$$(M_{\alpha\beta})_B = (M_{\alpha\beta})_{B1} + (M_{\alpha\beta})_{B2}, \quad (f_\beta)_B = (f_\beta)_{B1} + (f_\beta)_{B2}$$

しかる後、次式により節点 B における $(x_\beta)_B$ が得られる。

$$(x_\beta)_B = \frac{(f_\beta)_B}{(M_{\alpha\beta})_B}$$

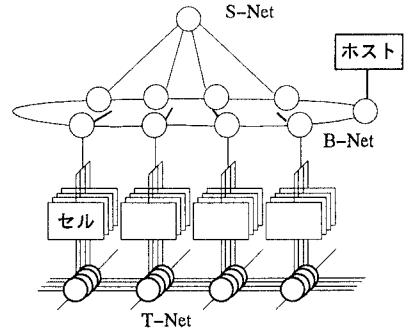


図-1 AP1000 ネットワーク

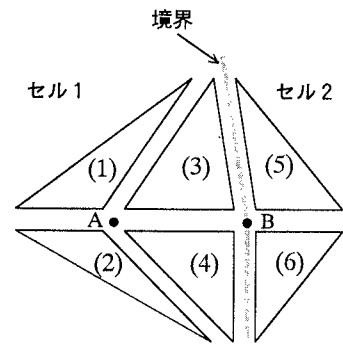


図-2 メッシュモデル

こうしたデータ送受信は、各タイムステップごとに行われるが、 $(M_{\alpha\beta})$ は各stepで不変であるため、送受信は1度で済む。

5. 数値解析例

数値解析例として図-3のようなフラスコ湾モデルにおける潮流解析を行った。この例では、解析メッシュを4個、12個の領域に分割した。図-4、図-5にそれぞれ4分割、12分割の領域分割図を示す。1領域あたりの要素数は、4分割では360、12分割では120である。境界条件としては、湾口で周期300秒、振幅0.5mのsin波を与え、陸岸境界ではスリップ条件を与える。図-6に解析結果の一例として、上げ潮時の流速分布図を示す。表-1に領域分割数と計算時間の関係を示す。全体の計算時間に占める通信時間の割合は4分割で約3%、12分割で約18%である。図-7は領域分割を行わない場合に対する演算速度倍率を示したものである。4分割では約3.6倍、12分割では約8.8倍であり、分割数が増えると演算速度は低下している。これは、分割数を増やすことにより各分割領域の要素数が減り、全体のCPU時間に対する通信時間の割合が多くなることに起因する。

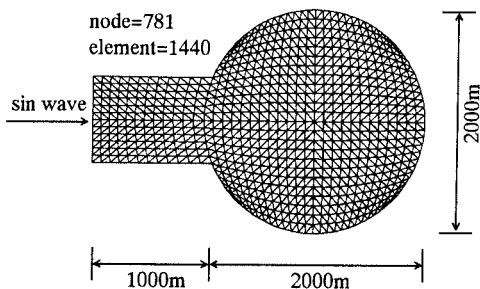


図-3 フラスコ湾モデル

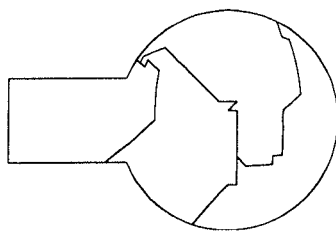


図-4 領域分割図(4分割)

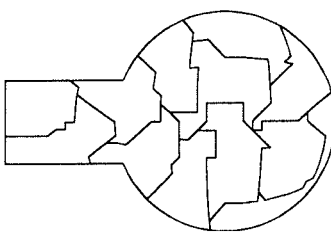


図-5 領域分割図(12分割)

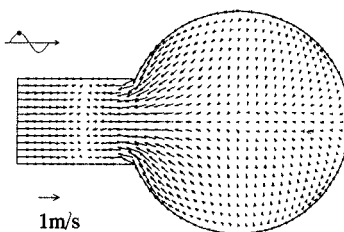


図-6 解析結果(上げ潮時)

6. おわりに

今回、高並列計算機を非構造格子に基づく浅水長波流れの有限要素解析に適用し、効率的な並列計算手法の構築に関する検討を行った。その結果、以下のことが明らかになった。

- 1) 自動領域分割法を適用することにより、非構造格子に対して的確な領域分割が可能となる。
- 2) 領域分割数の増加により計算時間は大幅に短縮する。
- 3) 演算速度を線形的に高速化させるためには、1分割領域あたりの要素数を多くして(数百程度)全CPU時間に対する通信時間の割合を少なくする必要がある。

今後は、より複雑で大規模な解析を行う予定である。

謝辞：本研究を行うにあたり、並列計算機AP1000の使用を許可された富士通並列処理計算センターに、感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 斉藤克矢・檜山和男：浅水長波流れの並列計算の試み、第22回土木学会関東支部技術研究発表会講演集, pp.136-137, 1995
- [2] Farhat, C.: A simple and efficient automatic FEM domain decomposer, Computers & structures, 28(1988), pp576-602
- [3] 富士通株式会社、AP1000 ライブラリマニュアル、第三版、1993年7月

	分割なし	4分割	12分割
計算時間	3189sec (100%)	848sec (97%)	296sec (82%)
通信時間	1sec (0%)	29sec (3%)	66sec (18%)
全CPU時間	3190sec	876sec	361sec

表-1 計算時間の比較 (2000step)

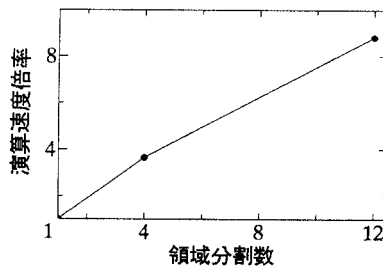


図-7 演算速度倍率