I－219

Voronoi理論による有限要素自動メッシュ生成法

㈱日本建設技術社　　正会員　長田　学
長岡技術科学大学　建設系　正会員　鳥居　邦夫

1．はじめに

近年コンピュータの発達に伴い，種々の数値解法が著しい発展を遂げている．中でも有限要素法の進歩にはめざましいものがあり，現在まで解析対象構造物を忠実に近似できる段階にいたっている．しかし，亀裂や切欠き等が存在し，応力集中が発生している構造物を有限要素法解析する場合，亀裂や切欠きの大きさを考慮して要素分割しなければならない．従来の自動メッシュ生成に於いても応力集中となる亀裂の大きさを考え，経験的に応力状態を推測しながらメッシュ生成している現状である．特に応力集中点付近の要素は，形状のいびつさを避けなければならない．ここで，代表的領域分割法のひとつであるVoronoi 理論がある．Voronoi 理論は生態学の虫食い理論や物理学，都市工学の分野でよく用いられている理論である．

本研究は要素形状のいびつさを避けるためVoronoi 理論を適用し，三次元亀裂モデルにおける亀裂形状に対応した有限要素自動メッシュ生成法を開発するものである．

すなわち，応力集中点付近の複雑な応力状態をこのVoronoi 理論を用いることによって，収束計算により応力不連続なくメッシュ生成することをシステム化しようとするものである．

2．Voronoi理論

本理論は構造解析の分野ではなじみが薄いが，生態学の虫食い理論や，物理学，都市工学など多くの応用分野を持つ領域分割法のひとつである．特に虫食い理論において興味深い報告がある．縄張り性動物は繁殖や食料を確保するために，あるいは休息のための場所として他の動物の侵入を許さない縄張りを持っている．例えば，互いに力量の差のない縄張り性動物N個を同時に有限域にランダムに入れると初期時にはばらばらな縄張りを形成されるが，互いの縄張りの中心位置を調節し合いながら，次第に自身の縄張りを確立する．
そして餌を一様に与えるが，一箇所密度が高い場合には，動物が一斉に移動し始め，その地点の領域の配置が密になる．

本理論はN次元のEuclid空間で，n個の母点P_1（x_1），P_2（x_2），・・・，P_n（x_n）が与えられるとき，母点が最も近い点の集合V_iは式(1)で与えることができる．

$$V_i = \bigcap_{j:j\neq i} [x \in R^N \,|\, \| x - x_i \| < \| x - x_j \|] \qquad (1)$$

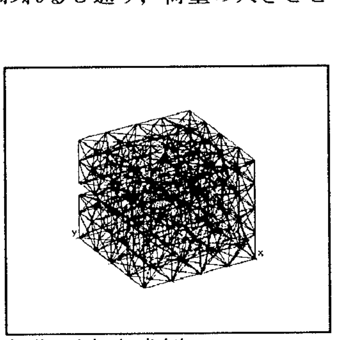
3．解析手法

応力集中が顕著である例として，線形破壊力学の分野で知られている亀裂モデルを挙げる．入力値はモデルの三方向の寸法と亀裂の寸法とする．初期要素生成後，要素の応力値を用いて応力勾配を算出する（式(2)参照）．そして収束判定を行なうアルゴリズムである．収束判定は母点移動前後でこの応力勾配の値を用いて，その変化率が５％以内とする．亀裂形状に関して９通り，荷重方向に関して開き型，面内せん断型，面外せん断型といわれる３通り，荷重の大きさを一定として合計２７ケースのモデルで収束計算を行なう．

<u>モデルの諸元</u>
立方体寸法　a＝b＝c＝40
B/b＝1/1000，1/16，1/8
L/a＝3/8，1/2，5/8
節点数　311　要素数　992　自由度　632
E＝$2.1*10^6$ kg/cm^2　ポアソン比ν＝0.3

［応力勾配］
応力勾配は隣接する要素の応力差をその距離で割った値として式(2)で定義する．

$$SG_{ij} = \frac{\sigma_i - \sigma_j}{d_{ij}} \qquad (i \neq j) \qquad (2)$$



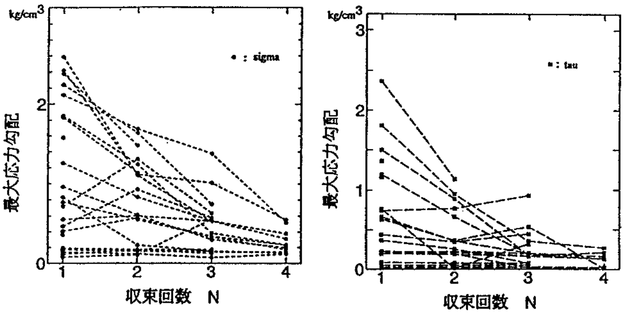
初期要素生成例

４．解析結果

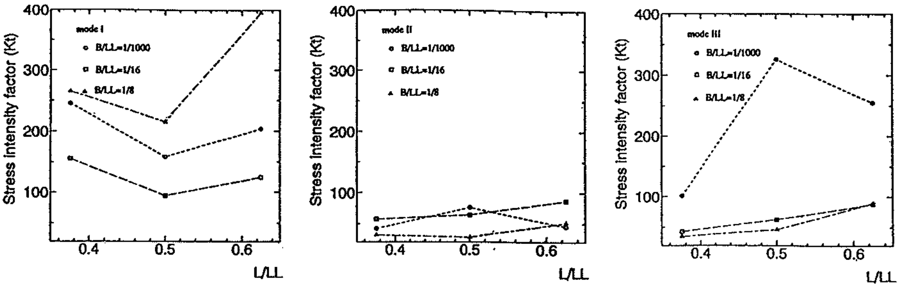
解析結果として，本理論の収束性を示すため以下の二つを解析結果として示す．

1) 収束回数と本理論で定義する応力勾配の関係

計算を行なった27ケースのデータを示す．全要素間に作用するσ，τから本理論で定義される応力勾配の値のうち，最大のものを示す．



2) 亀裂形状と応力拡大係数の関係



５．考察

収束回数と最大応力勾配のグラフから言えることは次の通りである．

応力勾配は全ケースとも収束回数を重ねるごとに最大応力勾配の値は一定した値に近づいていることがわかる．また収束回数が４回までで収束条件を満たした．そして各ケースにおいて要素間に作用する応力勾配はすべて一定した値をとり，その変化量は減少していったと言える．すなわち，全要素間で問題となる応力不連続が無くなったと言える．

つぎに亀裂形状と応力拡大係数のグラフから言えることはmode I のケースは亀裂幅が1/8の場合が最も大きな値を示し，mode II は亀裂の形状に関係なく，他のケースと比べ小さな値を示した．modeIII は亀裂幅が 1/1000のケースが最も大きな値を示した．

６．結論

三次元亀裂モデルにおける亀裂形状に対応したVoronoi 理論による要素生成ができた．そして，応力不連続が収束回数を重ねるごとに減少していき，最大４回までで収束条件を満たした．すなわち，応力集中を有する構造物をＦＥＭ解析する場合，応力状態を知らずとも本理論の特性を生かし，収束計算を行なうことで，モデルの寸法の入力だけで，問題となる応力不連続が解消されるシステムができた．

７．参考文献

E. A. Sedek / A scheme for the automatic generation triangular finite elements / Int.J.for numer.method

J. C. Cavendish / Automatic of arbitrary planar domains for the finite element method

N. Van. Phai / Automatic mesh generation with tetrahedron elements / Int.J.for numer.method

B. Joe and R.B.Simpson / Triangular meshs for regions of comlicated shape / Int.J.for numer.method