

I-217

有限要素の幾何学的性質の改良に関する研究

岡山大学大学院 学正員○藤後 尚史
岡山大学環境理工学部 正 員 谷口 健男

1. まえがき

有限要素法による解析に用いる離散化モデルの作成の一つに要素自動分割法がある。これにより作成される要素群の各要素の形状により同じ解析でも得られる解に差が現れる。良い解を得るには、この要素自動分割でひずんだ（鈍角三角形）要素を作らないようにすることである。本研究では、要素自動分割法に、デローニー三角分割法を用いるが、得られる三角形要素の形状では、節点座標に支配され場合によっては、ひずんだ要素が多く生成される。このようなひずんだ三角形要素が存在しないようにするための要素形状の改良手法として、節点の追加・移動・削除による方法を提案する。なお、ここでは二次元の場合を扱う。

2. 要素の形状改良

1に述べた手法により形状改良を行うが、この要素形状の判定法にボロノイ分割を用いる。このボロノイ分割は、各節点の周辺三角形要素の重心を結んだもので、この要素が凸多角形であれば得られた三角形は鋭角三角形ということになる。なお、ここでは対象とするモデルに作意が加わらないように地形データを用いる。モデルを図-1-a、モデルのボロノイ分割を図-1-bに示す。

(I) 節点の追加

ひずんだ三角形要素一つについて、各頂点の内角のうち最大角を有する頂点（節点）の対辺に節点を追加（発生）させる。これにより発生させた節点と、その頂点を結ぶことにより最大角が分割され、その要素自体は、改良される。（図-2-a, b 参照）しかし、節点の追加によりその周辺要素の頂点も結び直され、ひずんだ要素が新たに生成されることも多く、図を見て分かるようにボロノイ分割が部分的に重なり合っている。すなわち、ひずんだ三角形の存在がみうけられる。

(II) 節点の移動

この手法の一つにラプラシアン法があり、このラプラシアン法を用いることにする。これを、各節点に用いた結果を図-3-a, bに示す。図を見ると分かるように内部付近の要素は改良されているが、境界付近には、ひずんだ要素が多く存在している。この手法の条件として、境界節点を移動させないことにしているため境界付近に多く存在していると考えられる。ここで、あらかじめ与えられた節点を移動することができない解析があり、そのようなときこの方法は適用できない。

(III) 節点の削除

与えられた節点を用いてデローニー三角分割を行っても、どうしてもひずんだ要素が生成される場合が多い。このため、与えられた節点をいくつか削除する必要がある。節点の削除とは、(I)で述べた最大角を有する頂点（節点）を削除し、その要素自体も削除することにするのである。この節点が削除されたことにより周辺の節点が結び直され、ひずんだ要素をなくしていくものである。（図-4-a, b 参照）改良後のボロノイ図を見て分かるように、境界に隣接する三角形要素大部分がひずんでおりボロノイ点境界外に存在している。これは、この条件として境界の要素の節点は削除しないということにしているからだと考えられる。また、節点をひずんだ要素がなくなるまで削除することは、節点をなくしてしまう可能性があり今回は、199個の節点のうち50個しか削除しなかったため、ひずんだ要素がそんざいしていたとも考えられる。いいかえれば、約4分の1の節点を削除してもひずんだ要素が存在するともいえる。ここで、(II)で述べたように与えられた節点を削除することができない解析もありこれをすべてに適用できるとはいえない。

(IV) 混合法

(I)、(II)、(III)で行った改良手法を単独で用いると欠点が多く、それらのより効果的な利用のため、以上の手法を組み合わせることにする。用いる順序は、(I)、(II)、(III)でまた、(II)の節点

の移動については、与えられた節点には適用せずに任意に追加された節点にのみ適用した。これらを繰り返すことによりそれぞれの欠点を補い、良い形状改良が行われたと考えられる。（図-5-a、b 参照）このモデルの要素群（1445個）のうち、ひずんだ要素は7個であり、良いモデルといえる。

図-1-a

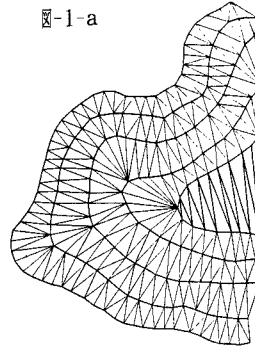


図-1-b

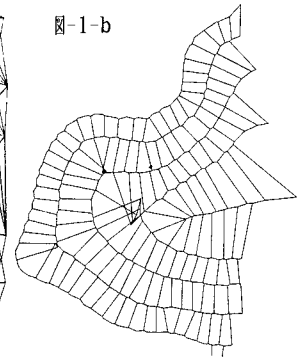


図-2-a

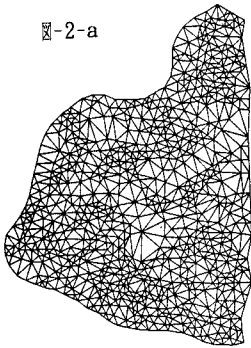


図-2-b

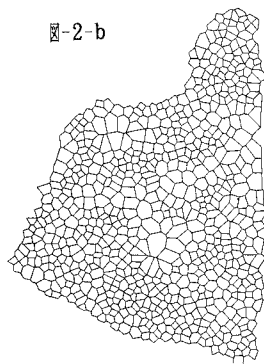


図-3-a

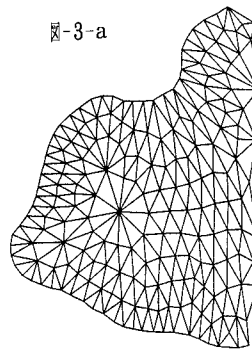


図-3-b

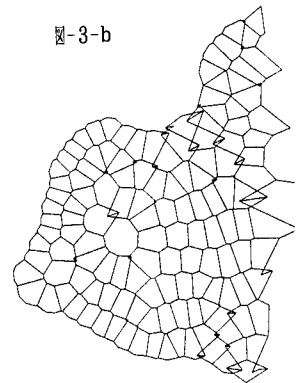


図-4-a

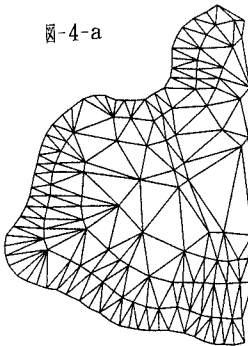


図-4-b

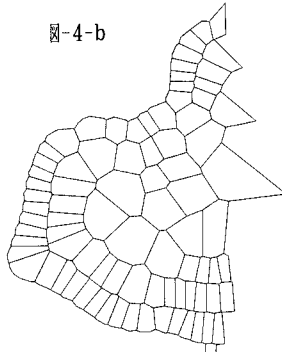


図-5-a

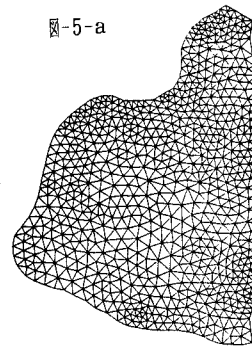
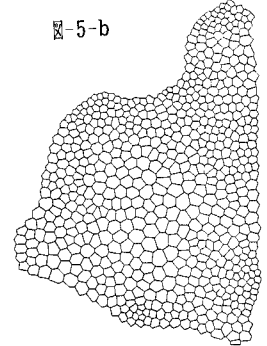


図-5-b



3. あとがき

ここで提案した手法の単独での適用には、多くの欠点があるが、それらの組み合わせによりひずんだ三角形要素の存在しない良いモデルの作成（三角形要素の形状改良）ができるといえる。しかし、前に述べたように節点の移動、節点の削除が行えない場合があるため、それらの選択はユーザー自身の判断に委ねるほかない。節点の移動、節点の削除が適用できない場合、その他の手法の組み合わせにより改良を行うがそのより効果的な組み合わせについては検討が必要である。