

I-214

次数低減積分六面体要素におけるアワグラス抵抗係数の評価法

東京工業大学大学院 正 員 吉田 裕
東京工業大学大学院 学生員 ○筒井 啓
西日本旅客鉄道(株) 藤原武実

1. はじめに 有限要素法による非線形衝撃応答解析においては、計算効率を考慮して、時間積分に陽的なスキームを用い、要素剛性マトリックスの導出に次数低減積分を採用して構成される陽解法が広く用いられている。この場合にはアワグラス抵抗ベクトルが重要な役割を果たすが、アワグラス抵抗係数の決め方に決定的方法がないことが難点として認識されている。本研究は、FlanaganとBelytschko(以下F & Bと略記)によって提案された次数低減積分六面体要素[1]を基礎として、これに導入されるアワグラス抵抗係数 κ の評価法について新たな提案を行い、具体的な数値解析に基づいてその妥当性を検証したものである。

2. F & Bによる次数低減積分とアワグラス剛性の概要 アイソパラメトリック六面体要素の形状関数は、基本変形モード(図1)により、式(1)のように表される。要素の平均ひずみ $\bar{u}_{i,j}$ を式(2)のように定義するとき、アワグラス抵抗ベクトルを抵抗係数 κ を導入して式(4)のように与えるものである。

$$\phi_i = \frac{1}{8} \Sigma_i + \frac{1}{4} \xi \Lambda_{1i} + \frac{1}{4} \eta \Lambda_{2i} + \frac{1}{4} \zeta \Lambda_{3i} + \frac{1}{2} \eta \zeta \Gamma_{1i} + \frac{1}{2} \xi \zeta \Gamma_{2i} + \frac{1}{2} \xi \eta \Gamma_{3i} + \xi \eta \zeta \Gamma_{4i} \quad \dots(1)$$

$$\bar{u}_{i,j} = \frac{1}{V} u_{i,j} B_{ji} \quad \dots(2)$$

ここに、

$$B_{ji} = \int_V \phi_{i,j} dV \quad \dots(3)$$

$$f^{Hq} = \kappa \frac{\lambda + 2\mu}{24V} B_{ij} B_{kl} u_{ik} \gamma_{ak} \gamma_{al} \quad \dots(4)$$

ここに、

$$\gamma_{al} = \Gamma_{al} - \frac{1}{V} B_{ij} x_{ij} \Gamma_{al} \quad \dots(5)$$

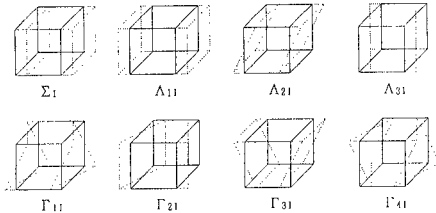


図1 六面体要素における基本変形モード

3. アワグラス抵抗係数の評価法に関する試案 上述のアワグラス抵抗ベクトル式(4)は、抵抗係数 κ を係数とする式(6)のような剛性マトリックスの関係に展開することができる。

$$\{f^{Hq}\} = \kappa [K^{HG}] \{u_{il}\} \quad \dots(6)$$

ここに、

$$K^{HG} = \frac{E(1-\nu)}{24V(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} R_x G_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_y G_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & R_z G_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & R_z G_{18} & \dots & R_z G_{88} \end{bmatrix} \quad \dots(7)$$

$$R_i = B_{ij} B_{ji} \quad \dots(8), \quad G_{il} = \gamma_{al} \gamma_{al} \quad \dots(9)$$

F & Bによる次数低減積分要素剛性マトリックスの対角成分の和は式(10)のように与えることができ、式(7)の対角成分の和は式(11)のように表すことができる。変位を一次補間して得られる正規の六面体要素の対角成分の和は、結果として式(12)のように表されることになるが、本研究では式(10)および(11)を式(12)と比較して、式(13)のように抵抗係数 κ を決める方法を提案するものである。

$$\hat{k}_1 = \frac{E(2-3\nu)}{V(1+\nu)(1-2\nu)} \sum_{i=1}^8 \left[\left(\int \phi_{i,x} dv \right)^2 + \left(\int \phi_{i,y} dv \right)^2 + \left(\int \phi_{i,z} dv \right)^2 \right] \quad \dots(10)$$

$$\hat{k}_{HG} = \frac{E(1-\nu)}{24V(1+\nu)(1-2\nu)} \sum_{i=1}^8 \left[\left(\int \phi_{i,x} dv \right)^2 + \left(\int \phi_{i,y} dv \right)^2 + \left(\int \phi_{i,z} dv \right)^2 \right] \sum_{j=1}^8 \sum_{l=1}^4 \gamma_{2j}^2 \quad \dots(11)$$

$$\hat{k}_8 = \frac{E(2-3\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \sum_{i=1}^8 \left[\int \phi_{i,x}^2 dv + \int \phi_{i,y}^2 dv + \int \phi_{i,z}^2 dv \right] \quad \dots(12), \quad \kappa = \frac{\hat{k}_1 - \hat{k}_8}{\hat{k}_{HG}} \quad \dots(13)$$

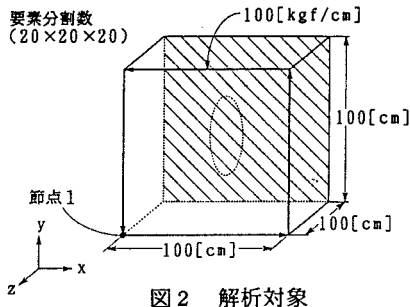


図2 解析対象

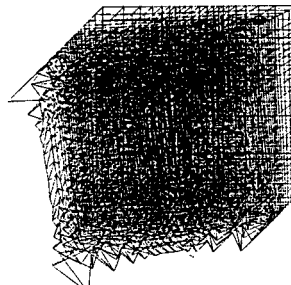


図3(a) 変形図
（アワグラス抵抗無し）
（変位を10000倍に拡大）

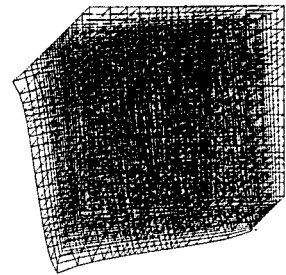


図3(b) 変形図
（提案する評価法）

4. 解析による効果の検証

4.1 解析対象 中央に楕円空洞を有する立方体の背面を固定し、アワグラスモードが顕著になる荷重条件として、前面の周辺上にねじり方向の線状に分布する荷重を作用させた場合を対象とする（図2）。

4.2 変形形状による検証 アワグラス抵抗を用いない場合には、アワグラスモードが著しく現れる（図3(a)）のに対して、式(13)によって評価した抵抗係数によるアワグラス剛性を用いた場合には滑らかな変形形状（図3(b)）が得られており、その効果は明らかである。

4.3 計算の効率化についての検証 全体剛性マトリックスの計算に要した時間（東工大情報処理センターのCRAY C916/12256による）を8点積分による場合と比較して表1に示す。次数低減積分とアワグラス剛性を組み合わせた場合には、8点積分による場合に比べて、約半分の時間で済む結果となっており、その効果が明らかである。

4.4 得られる解の精度の検証 端面上隅の節点1における変位の値を、正規の8点積分による解と比較して表1に示す。変位が幾分小さく評価されていることが分かる。中央断面上の楕円空洞周囲の要素の応力の分布を、8点積分による解と比較して示したものが図4である。横軸は図中の図のAからBまでの周を直線上にとったものである。アワグラス抵抗を用いない場合にはまともな解が得られないのに対し、提案する評価法によって定められた抵抗係数を用いた場合には妥当な解が得られていることが分かる。

	CPU Time[sec]	$u_1 [\times 10^{-3} \text{cm}]$
提案する評価法	14.4070	1.15025
8点積分	28.1999	1.22756

表1 全体剛性マトリックスの作成に要した計算時間と得られた変位の値

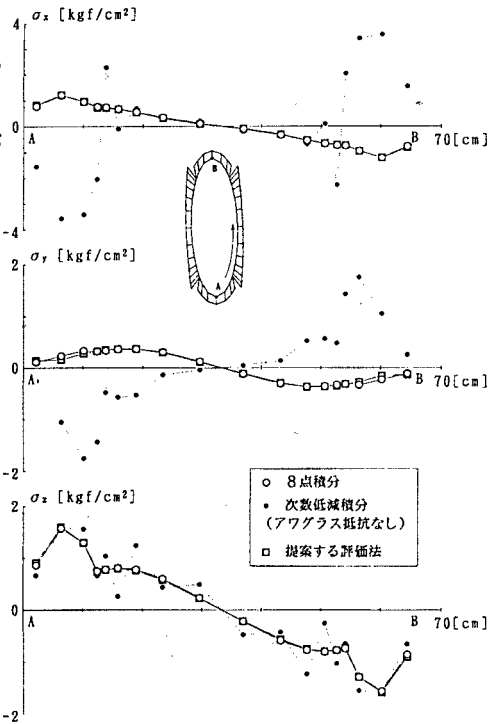


図4 楕円空洞周囲の要素における応力

5. おわりに 以上に、アワグラス剛性に導入される抵抗係数の評価法を提案し、数値解析によってその妥当性を検証した。剛性マトリックスの形に展開し、静的な解析によって検討したものであるが、評価法の効率、精度などに関する議論の内容はアワグラス抵抗ベクトルとして用いる場合にも共通に有効である。

参考文献

- [1] D. P. FLANAGAN, T. BELYTSCHKO: A UNIFORM STRAIN HEXAHEDRON AND QUADRILATERAL WITH ORTHOGONAL HOUR-GLASS CONTROL, INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, VOL. 17, 679-706 (1981)