Ⅰ－209　　レール・車輪接触問題の境界要素法による解析

鉄道総合技術研究所　正会員　吉村彰芳
鉄道総合技術研究所　　　　　片岡宏夫

１．はじめに

レール・車輪のころがり接触問題は車両運動や材料の劣化等様々な問題につながる鉄道固有の問題である。特に材料疲労のような問題を考える場合には表面の粗さや荷重変動が影響することも考えられる。本研究ではそれらの問題を考える基礎的段階として、Kalkerの理論を参考にして乾燥状態における平滑面のころがり接触のモデル化および定式化を行った。また、半無限体近似を行い、境界要素法を用いて、定常状態における準同一性を満たす場合の接触面形状と垂直力分布を求めるプログラムを作成した。

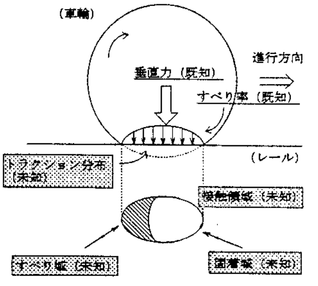

図１　ころがり接触の概念図

２．モデル化

レール・車輪のころがり接触は本来動的な問題であり、通常はそのような問題は慣性項を含んだNavierの式を解くことによって解かれる。しかし、ここでは接触部に原点を持つ相対座標系を取り、慣性力を無視した静弾性問題として扱うことにする。また、通常の静弾性問題は境界条件として変位ないし表面力が与えられていて支配方程式を解くことが多いが、ころがり接触問題では境界領域そのものが未知であり、そこで成り立つ表面力と変位の条件式に、時間による変化が含まれるという特徴を持つ。なお、定常問題の場合は、境界条件が時間に依存しなくなる。境界条件は、未知である接触面近傍で成り立つ、垂直方向の条件と接線方向の条件がある。なお、これらのモデル化はKalkerの理論によるものである。

(1)接触－非接触

接触面付近で物体同士の点が接しているかどうかにより接触面が決まる。この条件は、各瞬間において、垂直方向の変位によって表される。

非接触領域　　$e=h_z-\delta+(u_{13}-u_{23})>0$,　　$p_3=0$

接触領域　　$e=h_z-\delta+(u_{13}-u_{23})=0$,　　$p_3>0$

ただし、e：変形状態での点の垂直方向の距離、h_z：幾何学的形状で決まる上下の対応する点の距離、δ：軸同士の接近量、u_{ai}：物体aの点の表面変位のi方向成分、p_i：接触している各点にかかる力のi方向成分、である。

(2)すべり－固着、摩擦の条件

ある時間に接していた点同士が次の瞬間にずれることをすべり、接したまま動くことを固着という。すべり域、固着域は未知であり、各点のすべり速度は次のように接線方向の変位によって表される。

$$s_\tau=w_\tau-\frac{\partial\ (u_{1\tau}-u_{2\tau})}{\partial\ x_j}v_j+\frac{\partial\ (u_{1\tau}-u_{2\tau})}{\partial\ t}\qquad(\tau=1,2)$$

ここで、s_τ：点のτ方向のすべり速度、w_τ：剛体的な相対すべり速度、v_i：ころがり速度、である。ただし、定常の場合は時間微分項が０になる。接触面内の各点について、Coulombの法則が成り立っているとすると、固着、すべりの条件は次のように表される。なお、$g=fp_3$（fは摩擦係数）を限界摩擦力とする。

固着域　　$s_\tau=0$,　　$\sqrt{p_1{}^2+p_2{}^2}\leqq g$

すべり域　　$s>0$,　　$p_\tau=-(s_\tau/s)g$　ただし $s=\sqrt{s_1{}^2+s_2{}^2}$

3．境界要素法による数値解法

ころがり接触問題を解くためには上記の接触の条件式を満たすように弾性の支配方程式を解けばよい。本研究では数値解法として境界要素法を用いた。そして、半無限体近似を行いそれに対するMindlinの基本解を用いると、荷重のかかっている領域のみを離散化すればよいことになる。境界積分方程式は次のように表される。ただし、$u_{ij}^{*M}(\xi,x)$ は基本解、S は荷重のかかっている領域である。

$$u_i(\xi)=\int_S u_{ij}^{*M}(\xi,x)p_j(x)dS(x)$$

接触の条件式は、各領域に対応した変位と表面力に関する条件であったが境界積分方程式を用いると、それらはすべて表面力に関する等式および不等式の条件式として表される。

離散化には三角形一定要素を用いた。接触－非接触領域、固着－すべり域は未知なので、要素を仮定して、非線形連立方程式を解いて分布力を求める。そして、それが領域に対応した不等式の条件式を満たすかどうかを判定する。満たしていなければ領域を変え、これを正しい領域に収束するまで繰り返す。

ところで、二物体が準同一性の条件を満たす（quasiidentical）ときに、初めに垂直力分布を求め、次に接線力分布を求めるというように、問題を簡単にすることができる。表１にフローチャートを示す。今回はこの準同一性を満たす場合について、定常状態における垂直方向の分布力を求めるプログラムを作成した。また、境界要素法により半無限体内部の応力分布を求めるプログラムを作成した。

表１　準同一性の条件を満足するときの計算手順

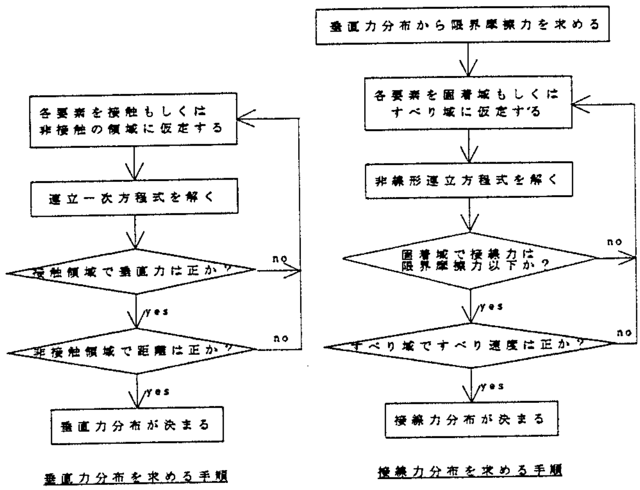

表２　計算条件

	物体1	物体2
横弾性係数(GPa)	80	80
ポアソン比	0.3	0.3
主曲率半径1(mm)	430	∞
2	∞	80
垂直荷重(kN)	63.7	

4．計算例

垂直力分布の計算例としてHertz接触の場合について垂直力分布の数値解を解析解と比較した。計算条件は表２の通りである。図２、３のように接触領域、垂直力分布共に両者に良い一致がみられる。

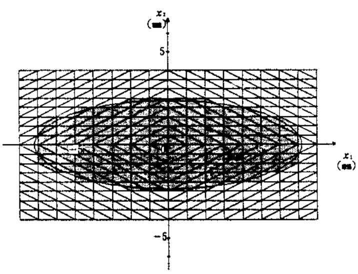

図２　接触面形状

5．まとめ

本研究ではKalkerの理論をもとにころがり接触問題のモデル化および定式化の検討を行い境界要素法を用いた解法を検討した。今後プログラムの拡張を行い、材料の問題への適用を図っていきたいと考えている。

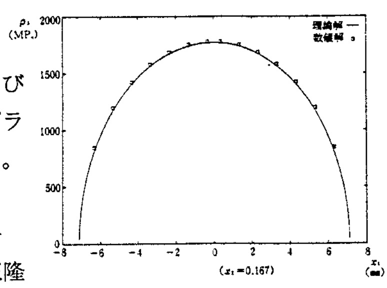

図３　垂直力分布

［参考文献］

1) J. J. Kalker：Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact, Kluwer Academic Publishers, 1990,　2) C. A. Brebbia；田中正隆訳：境界要素法解析－理論と応用－，丸善，1984